

Laboratorium Metod Numerycznych

Układy równań liniowych - metody skończone

Laboratorium 4

Za pomocą układów równań liniowych opisywanych jest szereg obiektów i zjawisk fizycznych. Układ równań liniowych zazwyczaj zapisywany jest w postaci macierzowej w jednej z dwóch tożsamyh postaci.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

Gdzie $\mathbf{A}$ jest macierzą kwadratową ($m \times m$), a $\mathbf{b}$ i $\mathbf{x}$ wektorami kolumnowymi o wymiarze m . Zazwyczaj w literaturze stosowana jest postać (2) do zapisania ogólnej postaci równania macierzowego. Rozwiązywanie takiego układu równań metodami analitycznymi, stosowanymi na ćwiczeniach rachunkowych zazwyczaj jest numerycznie nieefektywne, wiąże się z dużym zapotrzebowaniem na pamięć i koniecznością wykonania znacznej liczby operacji. Szczególnie w sytuacjach gdy numerycznie rozwiązuje się układy równań dla setek i większej liczby niewiadomyh[1, 3].

W wielu sytuacjach układy równań nieliniowych, o złożonej i skomplikowanej metodyce obliczeniowej, sprowadza się poprzez założenia upraszczające do układu równań liniowych. Znane i stosowane metody rozwiązywania układów równań liniowych można podzielić na dwie zasadnicze grupy[2]:

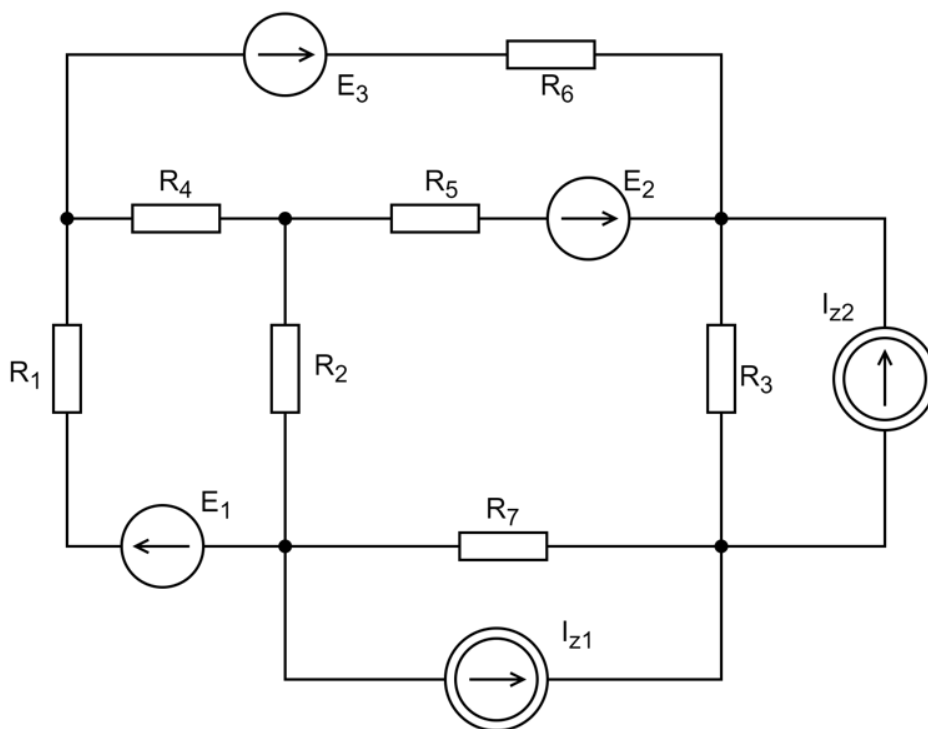
1. metody skończone,
2. metody iteracyjne.

Niniejsza instrukcja dotyczy pierwszego podejścia do metodyki rozwiązywania układów równań liniowych. Omówione i przećwiczone na przykładowym układzie zostaną dwie metody skończone, wybrane ze względu na ich uniwersalność i łatwość w implementacji algorytmu obliczeniowego:

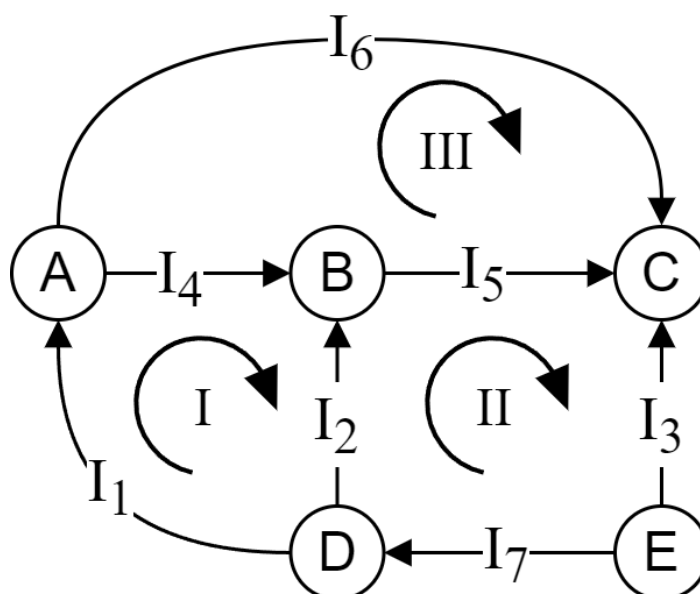
1. rozkład LU,
2. rozkład Cholesky'ego LL',

3. eliminacja Gaussa-Jordana.

Przedmiotem analizy numerycznej będzie rozgałęziony obwód elektryczny prądu stałego, pokazany na Rys.1. Dla tak przedstawionego układu można zapisać układ równań na podstawie I i II prawa Kirchhoffa na zasadach opisanych w poprzednim ćwiczeniu z wykorzystaniem diagramu pokazanego na Rys2.



Rys. 1: Schemat drabinkowego obwodu rozgałęzionego prądu stałego



Rys. 2: Diagram dla obwodu z Rys.1

Równania napięciowe :

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_2 I_2 &= E_1 \\ R_2 I_2 + R_5 I_5 - R_3 I_3 + R_7 I_7 &= E_2 \\ -R_4 I_4 - R_5 I_5 + R_6 I_6 &= E_3 - E_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Równania prądowe :

$$\begin{aligned} A \longrightarrow I_1 - I_4 - I_6 &= 0 \\ B \longrightarrow I_4 + I_2 - I_5 &= 0 \\ C \longrightarrow I_5 + I_3 - I_6 + I_{z2} &= 0 \\ D \longrightarrow I_7 - I_2 - I_1 - I_{z1} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Na podstawie powyższych równań (4)(5) można zapisać macierzowy układ równań z czternastoma niewiadomymi lub przekształcić do postaci równań oczkowych z pięcioma niewiadomymi. W drugim przypadku konieczne jest w skrypcie obliczeniowym zapisać linie kodu wyznaczające prądy gałęziowe na podstawie wyznaczonych prądów oczkowych. Powoduje to że opracowywany algorytm nie będzie uniwersalny (dla każdego układu równań), a dedykowany dla danego zadania.

Dla przykładowego układu zapisane i rozpatrzone zostaną oba podejścia.

Równania na podstawie I i II prawa Kirchhoffa

Przy zapisie macierzowym poniższych równań w niektórych przypadkach może być konieczne przestawienie wierszy lub kolumn w celu zapewnienia wartości niezerowych na przekątnej diagonalnej macierzy głównej równania. Dla analizowanego przypadku równanie macierzowe $R \cdot I = E$ zapisano poniżej.

$$\begin{bmatrix} R_1 & -R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & R_5 & 0 & R_7 \\ 0 & 0 & 0 & -R_4 & -R_5 & R_6 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 - E_2 \\ 0 \\ 0 \\ -I_{z2} \\ I_{z1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Widać że macierz R ma część elementów zerowych na przekątnej diagonalnej, konieczne jest więc takie przestawienie wierszy aby wszystkie elementy diagonalne były niezerowe. Należy pamiętać o odpowiednim przestawieniu także wierszy w macierzy E . W przypadku przestawiania kolumn, konieczne jest odpowiednie przestawienie wierszy w macierzy I .

$$\begin{bmatrix} R_1 & -R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_4 & -R_5 & R_6 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & R_5 & 0 & R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ I_{z1} \\ -I_{z2} \\ 0 \\ 0 \\ E_3 - E_2 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Przestawianie wierszy jako przekształcenie elementarne, nie ma wpływu na końcowy wyniki obliczeń.

Układ równań dla metody oczkowej

Dla obwodu rozgałęzionego można zapisać układ równań $R \cdot I_o = E$ dla prądów oczkowych określając macierz rezystancji własnych i wzajemnych oczek, oraz wektor napięć źródłowych oczek. Na podstawie wyznaczonego wektora prądów oczkowych można wyznaczyć rozpływ prądów gałęziowych obwodu. Wyznaczanie rozptywu prądów w obwodzie w oparciu o układ równań dla metody oczkowej cechuje się znacznie niższym stopniem układu równań (mniej niewiadomych do wyznaczenia) oraz symetrycznością macierzy rezystancji (impedancji). Dzięki temu można zastosować do obliczeń także metodę rozkładu Cholesky'ego LL' . Ponadto ze względu na mniejszą liczbę niewiadomych obliczenia numeryczne dla danego obwodu realizowane są mniejszym kosztem (pamięci i iteracji).

Dla rozpatrywanego obwodu układ równań przyjmuje postać zapisaną poniżej:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_5 + R_7 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 - R_3 I_{z2} - R_7 I_{z1} \\ E_3 - E_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

,gdzie

$$\begin{aligned} I_1 &= I_I \\ I_2 &= -I_4 + I_5 \\ I_3 &= -I_{z2} - I_{II} \\ I_4 &= I_1 - I_6 \\ I_5 &= -I_3 - I_6 - I_{z2} \\ I_6 &= I_{III} \\ I_7 &= I_{z1} - I_{z2} - I_3 \end{aligned} \quad (9)$$

1) Metody skończone

Metody skończone rozwiązywania układów równań liniowych cechują się ściśle określoną liczbą operacji realizowanych w celu wyznaczenia rozwiązania. Ich liczbę

określić można na podstawie danych wejściowych - liczby niewiadomych, dla m niewiadomych m^3 operacji.

W metodyce sprowadzają się do wykonywania przekształceń elementarnych na macierzowym układzie, za pomocą przekształceń elementarnych:

- przekształcenia wierszy:
 - skalowanie wiersza: Przemnóż wiersz macierzy przez pewną niezerową liczbę.
 - dodawanie wierszy: Dodaj dwa wiersze, przypisując ich wynik trzeciemu wierszowi.
 - zamiana wierszy: Zamień dwa wiersze miejscami w macierzy.
- przekształcenia kolumn:
 - skalowanie kolumny: Przemnóż kolumnę macierzy przez pewną niezerową liczbę.
 - dodawanie kolumn: Dodaj dwie kolumny, przypisując ich wynik trzeciej kolumnie.
 - zamiana kolumn: Zamień dwie kolumny miejscami w macierzy.
- przekształcenia macierzy jednostkowej:
 - pomnożenie macierzy przez macierz jednostkową.

Realizuje się to w celu sprowadzenia macierzy A z układu równań do postaci:

- macierzy diagonalnej (najlepiej jedynkowej),
- trójkątnej górnej lub dolnej,

dzięki czemu otrzymanie rozwiązania staje się bardzo proste, jak pokazano poniżej.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = b_1 \\ x_2 = b_2 \\ x_3 = b_3 \end{matrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} \\ x_2 = \frac{b_2 - a_{21} \cdot x_1}{a_{22}} \\ x_3 = \frac{b_3 - a_{31} \cdot x_1 - a_{32} \cdot x_2}{a_{33}} \end{matrix} \quad (11)$$

2) Metoda rozkładu LU

Warunkiem wstępnym aby dany układ równań można było rozważać metodą rozkładu LU jest aby wyznacznik macierzy kwadratowej głównej układu równań był różny od zera. Sama metoda sprowadza się do przekształcenia macierzy A na iloczyn macierzy trójkątnej dolnej L i trójkątnej górnej U . Wtedy rozwiązanie układu równań sprowadza się do dwuetapowego wyznaczenia niewiadomych zgodnie z poniższym wzo-

rem.

$$A \cdot x = b \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{ll} \text{etap pierwszy} & \Rightarrow L \cdot y = b \Rightarrow \text{wyznaczenie } y \\ \text{etap drugi} & \Rightarrow U \cdot x = y \Rightarrow \text{wyznaczenie } x \end{array} \quad (12)$$

Stosowanych jest kilka metod w celu rozłożenia macierzy A na iloczyn LU , jako podstawową można uznać rozkład Doolittle'a który zakłada ustawienie w wyniku rozkładu na przekątnej diagonalnej macierzy L jedynek. Realizowany jest on zgodnie z poniższym algorytmem:

$$\begin{array}{l} \text{for } k = 1 : n \\ \quad l_{kk} \cdot u_{kk} = a_{kk} - \sum_{s=1}^{k-1} l_{ks} \cdot u_{sk} \\ \quad \text{for } j = k : n \\ \quad \quad u_{kj} = \frac{a_{kj} - \sum_{s=1}^{k-1} l_{ks} \cdot u_{sj}}{l_{kk}} \\ \quad \quad l_{jk} = \frac{a_{jk} - \sum_{s=1}^{k-1} l_{js} \cdot u_{sk}}{u_{kk}} \end{array} \quad (13)$$

Poprawne przeprowadzenie rozkładu wymaga przyjęcia wartości początkowych dla macierzy L i U , jako macierzy diagonalnych jednostkowych o takim samym rozmiarze jak macierz A . Realizuje się to w **Scilab**'ie zazwyczaj za pomocą funkcji `eye(m,m)`. Po przeprowadzeniu rozkładu wyznacza się rozwiązanie układu równań zgodnie z algorytmem (21) dla dwóch wyznaczonych układów równań (7) i (12). Algorytm realizujący rozkład LU i wyznaczający rozwiązanie równania macierzowego wygodnie jest zdefiniować jako zewnętrzne funkcje i zapisać w pliku `*.sci`, zapewniając możliwość użycia opracowanych funkcji w innych skryptach obliczeniowych.

Dla zdefiniowanego na Rys.1 schematu i danych zestawionych poniżej wyznaczono wartości gałęziowych dla obu zapisanych układów równań (7) i (8).

Dane dla zadania przykładowego.

$$R_x = 50\Omega, \quad E_x = 100V, \quad I_{zx} = 5A$$

Wyniki symulacji:

- dla układu równań z praw Kirchhoffa

Wyniki z metody LU:

```
I_LU[1]=-0.417
I_LU[2]=-1.917
I_LU[3]=-2.667
I_LU[4]=0.5
I_LU[5]=-1.417
I_LU[6]=-0.917
I_LU[7]=2.667
```

Weryfikacja funkcją `linsolve(A,-b):`

```
Ilinsolve[1]=-0.417
Ilinsolve[2]=-1.917
Ilinsolve[3]=-2.667
Ilinsolve[4]=0.5
Ilinsolve[5]=-1.417
Ilinsolve[6]=-0.917
Ilinsolve[7]=2.667
```

- dla równań z metody oczkowej

Wyniki z metody LU:	Weryfikacja funkcją <code>linsolve(A,-b)</code> :
<code>I_LU[1]=-0.417</code>	<code>Ilinsolve[1]=-0.417</code>
<code>I_LU[2]=-2.333</code>	<code>Ilinsolve[2]=-2.333</code>
<code>I_LU[3]=-0.917</code>	<code>Ilinsolve[3]=-0.917</code>

```

I_1 = I_I = -0.417
I_2 = -I_4 + I_5 = -0.5 - 1.416 = -1.916
I_3 = -I_z2 - I_II = -5 + 2.333 = -2.667
I_4 = I_1 - I_6 = -0.417 + 0.917 = 0.5
I_5 = -I_3 - I_6 - I_z2 = 2.667 + 0.917 - 5 = -1.416
I_6 = I_III = -0.917
I_7 = I_z1 - I_z2 - I_3 = 5 - 5 + 2.667 = 2.667

```

Jak można zauważyć uzyskano wyniki zgodne.

3) Metoda rozkładu Cholesky'ego - LL'

Rozkład Cholesky'ego jest odmianą rozkładu LU o prostszym pod względem algorytmu do realizacji rozkładzie. Macierz A jest przekształcana na iloczyn macierzy L i L' . Oznacza to że w wyniku przekształceń wyznacza się tylko jedną macierz L , którą do algorytmu wyznaczającego rozwiązanie (20) trzeba transponować w celu określenia macierzy trójkątnej górnej $U = L'$.

Warunki wykonalności przekształcenia są tożsame z rozkładem LU , ale musi być spełniony dodatkowy warunek aby rozkład był możliwy. Macierz A musi być macierzą rzeczywistą, dodatnio określoną:

- Symetria: Macierz dodatnio określona jest zawsze macierzą symetryczną, co oznacza, że jest równa swojej transpozycji.
- Wartości własne dodatnie: Każda wartość własna macierzy dodatnio określonej jest dodatnia.
- Wyznacznik dodatni: Wyznacznik macierzy dodatnio określonej jest dodatni. Wyznacznik jest liczbą skalarną, która charakteryzuje macierz i jest związany z jej składem.
- Macierz kwadratowa
- Dodatnie iloczyny skalarny

Rozkład Cholesky'ego realizowany może być zgodnie z algorytmem zapisanym poniżej. Podobnie jak przy omówionym wcześniej rozkładzie LU wymaga założenia wstępnej postaci macierzy L . Zazwyczaj jest ona ostawiana jako macierz diagonalna

jedynkowa, w środowisku **Scilab**'a za pomocą funkcji `eye(n,n)`.

$$\begin{aligned}
 & \text{for } k = 1 : n \\
 & \quad l_{kk} = \sqrt{a_{kk} - \sum_{s=1}^{k-1} l_{ks}^2} \\
 & \quad \text{for } i = k + 1 : n \\
 & \quad \quad l_{ik} = \frac{a_{ik} - \sum_{s=1}^{k-1} l_{is} \cdot l_{ks}}{l_{kk}}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Warunki wykonalności rozkładu LL' powodują że jej zastosowanie jest ograniczone tylko do równań rzeczywistych, a więc nie jest możliwe rozwiązanie układu równań liniowych opisujących rozgałęziony obwód elektryczny prądu przemiennego ponieważ obliczenia dla niego muszą być realizowane w przestrzeni zespolonej.

Sprawdzenie funkcjonalności metody Cholesky'ego przeprowadzono dla obwodu testowego z Rys.1. Ze względu na warunek symetrii macierzy głównej równania $RI = E$ symulacja została przeprowadzona dla układu równań dla metody oczkowej (12). Dla danych liczbowych podanych w poprzednim przykładzie na podstawie algorytmu (22) uzyskano wyniki w postaci prądów oczkowych. Na ich podstawie wyznaczono prądy gałęziowe. Wyniki symulacji zestawiono poniżej.

Wyniki z metody LL':	Weryfikacja funkcją <code>linsolve(A,-b):</code>
<code>Ichol[1]=-0.417</code>	<code>Ilinsolve[1]=-0.417</code>
<code>Ichol[2]=-2.333</code>	<code>Ilinsolve[2]=-2.333</code>
<code>Ichol[3]=-0.917</code>	<code>Ilinsolve[3]=-0.917</code>

Jak można zauważyć wyniki uzyskane z rozkładu Cholesky'ego (LL') są identyczne z wcześniej otrzymanymi z rozkładu LU .

4) Metody eliminacji

Metody eliminacyjne przetwarzają równanie macierzowe z postaci $Ax = b$ zastępując macierz A macierzą trójkątną dolną, górną, diagonalną lub jedynkową.

- $Ax = b \longrightarrow Lx = c$ - macierz trójkątna dolna
- $Ax = b \longrightarrow Ux = d$ - macierz trójkątna górna
- $Ax = b \longrightarrow Dx = e$ - macierz diagonalna
- $Ax = b \longrightarrow Ix = f$ - macierz diagonalna jedynkowa

Warunkiem koniecznym wykonalności metod eliminacyjnych jest aby pierwszy element macierzy głównej był (indeksy 1,1) był różny od zera. W przypadku niespełnienia tego warunku konieczne jest zmiana jego wartości za pomocą jednego z przekształceń elementarnych.

W większości opierają się na przekształceniach elementarnych i algorytm implementujące dla metod numerycznych może być bardzo złożony, wymagana jest analiza

wierszy, kolumn a nawet pojedynczych komórek. Modyfikowana jest macierz główna A i wektor b , ale może także dojść do modyfikacji wektora niewiadomych (przestawienie wierszy).

4.1 Metoda eliminacji Gaussa

Metoda eliminacji Gaussa zakłada przekształcenie macierzy A z układu równań liniowych $Ax = b$ do postaci macierzy trójkątnej górnej. W efekcie układ równań $Ax = b$ przyjmuje postać $Ux = c$. Procedura realizowana jest za pomocą przekształceń elementarnych, przy czym najłatwiejszy algorytm jest gdy dąży się do uzyskania jedynek na przekątnej diagonalnej macierzy U . Procedura może być przeprowadzona zgodnie z poniższym algorytmem.

$$\begin{aligned}
 & \text{for } i = 1 : n \\
 & \quad \text{dzielnik} = A(i, i) \\
 & \quad \text{for } j = i : n \\
 & \quad \quad A(i, j) = \frac{A(i, j)}{\text{dzielnik}} \\
 & \quad b(i) = \frac{b(i)}{\text{dzielnik}} \\
 & \quad \text{for } k = i + 1 : n \\
 & \quad \quad \text{mnożnik} = A(k, i) \\
 & \quad \quad \text{for } s = i : n \\
 & \quad \quad \quad A(k, s) = A(k, s) - \text{mnożnik} \cdot A(i, s) \\
 & \quad \quad b(k) = b(k) - \text{mnożnik} \cdot b(i)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Dla przekształconego układu równań należy następnie zastosować algorytm wsteczny rozwiązujący układ równań $Ux = b$ stosowany dla rozkładu LU.

4.2 Metoda eliminacji Gaussa-Jordana

W praktyce z metod eliminacyjnych do zastosowań numerycznych najczęściej adaptowana jest tylko metoda **Gaussa-Jordana**, w której macierz główna równania transformowana jest do macierzy jednostkowej (diagonalnej jedynkowej) $Ix = b$. W takim wypadku po wykonaniu przekształcenia rozwiązanie równania równe jest wartościom z macierzy b .

Eliminacja **Gaussa-Jordana** realizowana jest zgodnie z zapisanym poniżej algorytmem. Rozwiązaniem układu równań liniowych poniższą metodą będą wartości zapisane w zmodyfikowanym wektorze b . Algorytm pozwala na uzyskanie poprawnych wyników zarówno w przestrzeni rzeczywistej jak i zespolonej, a więc możliwe jest np. wyznaczanie rozpręgu prądów w rozgałęzionych obwodach elektrycznych prądu przemiennego.

$$\begin{aligned}
& \text{for } i = 1 : n \\
& \quad \text{dzielnik} = a(i, i) \\
& \quad \text{for } j = i : n \\
& \quad \quad a(i, j) = \frac{a(i, j)}{\text{dzielnik}} \\
& \quad b(i) = \frac{b(i)}{\text{dzielnik}} \\
& \quad \text{for } j = 1 : n \\
& \quad \quad \text{if } j \neq i \\
& \quad \quad \quad \text{mnoznik} = a(j, i) \\
& \quad \quad \quad \text{for } k = i : n \\
& \quad \quad \quad \quad a(j, k) = a(j, k) - \text{mnoznik} \cdot a(i, k) \\
& \quad \quad \quad b(j) = b(j) - \text{mnoznik} \cdot b(i)
\end{aligned} \tag{16}$$

Na podstawie powyższego algorytmu wyznaczono rozptyw prądów w obwodzie pokazanym na Rys.1 w oparciu o oba układy równań (7) i (12). W wyniku działania algorytmu macierz główna równania jest transformowana w macierz jedynekową, a wektor "wyrazów wolnych" (napięciowy) będzie przechowywał rozwiązanie równania.

Wyniki z metody GAUSS'a:

"Równania Kirchhoffa

Igauss[1]=-0.417

Igauss[2]=-1.917

Igauss[3]=-2.667

Igauss[4]=0.5

Igauss[5]=-1.417

Igauss[6]=-0.917

Igauss[7]=2.667

Wyniki z metody GAUSSa:

"Równania z metody oczkowej"

Igauss[1]=-0.417

Igauss[2]=-2.333

Igauss[3]=-0.917

Jak można zauważyć wyniki są zgodne z uzyskanymi w wcześniej omówionych metodach, dla obu układów równań liniowych.

Zadania

Na podstawie informacji zawartych w niniejszej instrukcji wyznaczyć rozptyw prądu w rozgałęzionym obwodzie elektrycznym prądu stałego w układzie drabinkowym. Wartości prądów wyznaczyć rozwiązując układ równań liniowych opisujący zaprojektowany układ metodami:

1. rozkładu LU ,
2. rozkładu LL'
3. eliminacji Gaussa (jedna wybrana)

Przeprowadzić symulacje obliczeniowe dla pełnego układu równań (I i II prawo Kirchhoffa) i uproszczonej formy (równania oczkowe).

Poprawność otrzymanych wyników zweryfikować za pomocą funkcji `linsolve()`. Obliczenia wykonać dla obwodu spełniającego poniższe kryteria:

- Zastosować układ z ćwiczenia nr. 3
- Przeprowadzić analizę dla obwodu prądu stałego (wszystkie elementy pasywne to rezystory) i dla prądu przemiennego.

Opracowany skrypt:

- wykonuje obliczenia zaleconymi metodami i funkcją weryfikującą
- wyświetla informacje o danych wejściowych zadania
- wyświetla rozwiązywane układy równań w postaci macierzowej
- wyświetla wyniki w postaci listy indeksowanej prądów gałęziowych

Poszczególne zadania obliczeniowe (metody obliczeniowe) i wybrane czynności prezentacji danych realizują funkcje. Zdefiniowane funkcje zapisać w zewnętrznym pliku `*.sci` i załadować w głównym skrypcie programu.

Bibliografia

- [1] B. Mochnacki E. Majchrzak. Metody numeryczne. Podstawy teoretyczne, aspekty praktyczne. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2004.
- [2] M. Łanczont J. Jaroszyński. Laboratorium Metod numerycznych. Lublin: Politechnika Lubelska, 2014.
- [3] J. Povstenko. Wprowadzenie do metod numerycznych. Warszawa: Akademicka oficyna wydawnicza EXIT, 2002.