

POLITECHNIKA LUBELSKA

Opracowanie zbiorowe

LABORATORIUM PODSTAW
ELEKTROTECHNIKI I

pod redakcją Tadeusza Janowskiego

Lublin, 1994

OPINIODAWCA

Prof. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk
Politechnika Warszawska

OPRACOWALI

Prof. dr hab. inż. Tadeusz Janowski — Część „Podstawowe
wiadomości o miernikach
i sprzęcie laboratoryjnym”

Dr inż. Ryszard Goleman	— ów. : 5
Dr inż. Bolesław Horyński	— ów. : 7
Dr inż. Elżbieta Ratajewicz-Mikołajczak	— ów. : 10
Dr inż. Henryka-Danuta Stryczewska	— ów. : 1 i 13
Dr inż. Paweł Surdacki	— ów. : 4
Dr inż. Andrzej Wac-Włodarczyk	— ów. : 6 i 12
Dr inż. Zbigniew Złotkiewicz	— ów. : 9
Mgr inż. Henryka Kawka	— ów. : 8
Mgr inż. Maciej Pańczyk	— ów. : 3
Mgr inż. Jan Szponder	— ów. : 2 i 11
Mgr inż. Maciej Rutka	— wykonanie składu i rysunków

Wydano za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej

Nakład 525 egz., f. B5, Ark. druk. 12,375. Ark. wyd. 8,66. Papier offset.
kl. III, 80g Zam.156/93

Druk, oprawa: Zakład Wydawniczo-Poligraficzny
Politechniki Lubelskiej,
20-950 Lublin, ul. Bernardyńska 13

SPIS TREŚCI

Przedmowa	5
Część pierwsza:	
Podstawowe wiadomości o miernikach i sprzęcie laboratoryjnym	
1. Mierniki	7
1.1. Rodzaj mierzonej wielkości	7
1.2. Rodzaj prądu	7
1.3. Dokładność	10
1.4. Zasada działania	12
1.5. Zasada budowy mierników	15
1.6. Mierniki uniwersalne	16
1.7. Stała miernika	20
2. Elektroniczne przyrządy pomiarowe i rejestrujące	21
2.1. Oscyloskop	21
2.2. Analogowe mierniki elektroniczne	24
3. Mierniki cyfrowe	26
4. Pomocniczy sprzęt laboratoryjny	27
4.1. Oporniki	28
4.2. Autotransformatory	28
5. Pomiary podstawowych wielkości elektrycznych	29
5.1. Pomiar napięcia	29
5.2. Pomiar prądu	30
5.3. Pomiar rezystancji	30
5.4. Pomiar mocy	31
6. Wskazówki dla studentów odrabiających ćwiczenia w Laboratorium Podstaw Elektrotechniki	32

Część druga:

Instrukcje do ćwiczeń

1. Elementy obwodów elektrycznych	35
2. Sygnały elektryczne	49
3. Obwody liniowe prądu stałego	59
4. Obwody nieliniowe prądu stałego	71
5. Obwody magnetyczne	81
6. Obwody z elementami RLC	103
7. Moc w obwodach prądu sinusoidalnego	121
8. Pojęcia podstawowe w układach trójfazowych	129
9. Praca układów trójfazowych	145
10. Moc układów trójfazowych	157
11. Rezonans w obwodach elektrycznych	165
12. Obwody magnetycznie sprzężone	177
13. Parametry schematu zastępczego transformatora jednofazowego	189

PRZEDMOWA

Przedmiot "Elektrotechnika Teoretyczna" na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej prowadzony jest przez Katedrę Podstaw Elektrotechniki I formie wykładu, ćwiczeń laboratoryjnych, audytorijnych ćwiczeń obliczeniowych oraz ćwiczeń z wykorzystaniem mikrokomputerów. W programie studiów na semestrze drugim, trzecim i czwartym równolegle odbywają się wykłady, ćwiczenia laboratoryjne i rachunkowe, natomiast na semestrze czwartym są tylko ćwiczenia z komputerowego projektowania układów elektrycznych, poprzedzone obszernym wprowadzeniem. Skrypt "Laboratorium Podstaw Elektrotechniki" zawiera wprowadzenia teoretyczne i opisy ćwiczeń laboratoryjnych prowadzonych przez trzy semestry równolegle z wykładami, podzielony został na trzy części odpowiadające poszczególnym semestrom, przy czym części I i II obejmują zagadnienia teorii obwodów, a część III teorię pola elektromagnetycznego.

Ćwiczenia laboratoryjne na semestrze drugim i trzecim studiów (teoria obwodów) prowadzone są systemem równoległym t.j. w kolejnych tygodniach semestru wszyscy studenci odrabiają ćwiczenia na kilku jednakowych stanowiskach o treści zgodnej z wykładami i ćwiczeniami rachunkowymi w danym tygodniu.

W semestrze odrabianych jest 13 ćwiczeń dwugodzinnych, w pierwszym tygodniu odbywają się objaśnienia spraw organizacyjnych i bezpieczeństwa pracy przy urządzeniach elektrycznych, a w ostatnim uzupełnienia braków, wyjaśnienie spraw związanych z zaliczeniem.

"Laboratorium Podstaw Elektrotechniki" jest dla studentów pierwszym laboratorium elektrycznym na studiach, w którym wykonują proste pomiary elektryczne, przed wykładem i ćwiczeniami z metrologii elektrycznej i dlatego właściwe opisy ćwiczeń w cz. I poprzedzono podstawowymi wiadomościami o miernikach, sprzęcie laboratoryjnym i pomiarowym. Skrypt niniejszy jest w zasadzie kolejnym wydaniem skryptu pod takim tytułem wydanego w latach 1971 i 1980 ale jest gruntownie zmieniony, zawiera nowe ćwiczenia opracowane przez pracowników Katedry Podstaw Elektrotechniki, nie biorących udziału w pisaniu poprzedniego wydania. Ćwiczenia te były prowadzone z pomocą oddzielnych instrukcji.

Mam nadzieję, że skrypt pomoże studentom lepiej korzystać z ćwiczeń laboratoryjnych Elektrotechniki Teoretycznej.

Tadeusz Janowski

Część pierwsza

PODSTAWOWE WIADOMOŚCI O MIERNIKACH I SPRZĘCIE LABORATORYJNYM

1. Mierniki

Mierniki, czyli elektryczne przyrządy pomiarowe, mierzą wartość liczbową wielkości elektrycznej, magnetycznej bądź innej wielkości fizycznej. Aby prawidłowo mierzyć musimy znać podstawowe właściwości mierników, do których należy zaliczyć:

- 1) rodzaj mierzonej wielkości (prąd, napięcie),
- 2) rodzaj prądu (stały, zmienny),
- 3) dokładność (klasa),
- 4) zasadę działania.

1.1. Rodzaj mierzonej wielkości

Rodzaj mierzonej wielkości określa przeznaczenie miernika. Nazwa przyrządu pomiarowego pochodzi zwykle od nazwy jednostki mierzonej wielkości np. amperomierz, woltomierz itp., bądź też zawiera w sobie bezpośrednie określenie wielkości mierzonej jak np. obrotomierz, licznik energii elektrycznej itp.

Główne wielkości elektryczne oraz nazwy odpowiednich przyrządów pomiarowych i ich symbole graficzne podano w tablicy 1-1.

1.2. Rodzaj prądu.

Rodzaj prądu, przy którym miernik może pracować wynika bezpośrednio z zasady działania, na której oparta jest jego budowa. Rodzaj prądu oznaczony jest odpowiednim symbolem graficznym na mierniku i użycie go do innego rodzaju prądu niż jest on przeznaczony, może być przyczyną uszkodzenia przyrządu bądź też obarzyć wynik pomiaru znacznym błędem.

Mierniki budowane są na prąd stały, przemienny, bądź też jednocześnie na stały i przemienny. Symbole graficzne rodzaju prądu podano w tablicy 1-2.












Tablica 1-1

Mierniki głównych wielkości elektrycznych

Lp.	Wielkość mierzona	Nazwa przyrządu pomiarowego	Symbol graficzny
1	Prąd	Amperomierz	A
2	Napięcie	Woltomierz	V
3	Moc czynna	Watomierz	W
4	Moc bierna	Waromierz	VAr
5	Częstotliwość	Częstościomierz	f
6	Opór	Omierz	Ω
7	Współczynnik mocy	Fazomierz (miernik współczynnika mocy)	φ
8	Energia czynna	licznik energii czynnej	Wh
9	Energia bierna	licznik energii biernej	VArh

Tablica 1-2
Symbole mierników

Lp.	Sybmol	Opis
1		Miernik nierejestrujący lub wskaźnik
2	A	Amperomierz
3	V	Woltomierz
4	W	Watomierz
5	$\pm \text{W}$	Watomierz dwukierunkowy
6	VAr	Waromierz
7	φ	Fazomierz
8	f	Częstościomierz
9	Ω	Omierz
10	t°	Elektryczny miernik temperatury
11	G	Galwanometr
12		Przyrząd rejestrujący

13		licznik
14		Licznik amperogodzin
15		Licznik energii czynnej
16		Licznik energii czynnej ze wskaźnikiem największej mocy
17		Licznik energii czynnej dwutaryfowy
18		Licznik energii czynnej trójtaryfowy
19		Licznik energii biernej
20		Bocznik
21		Opornik szeregowy
22		Przekładnik prądowy. Zaciski uzwojenia pierwotnego oznaczone są literami K i L, zaciski uzwojenia wtórnego literami k i l.
23		Przekładnik napięciowy. Zaciski uzwojenia pierwotnego oznaczone są literami M i N, zaciski uzwojenia wtórnego literami m i n.

1.3. Dokładność

Dokładność miernika określa się różnicą wartości wskazywanej przez przyrząd X_w i wartości rzeczywistej wielkości mierzonej X_r

$$\Delta X = X_w - X_r$$

Różnica ta (ΔX) nosi nazwę błędu bezwzględnego miernika. Za wartość rzeczywistą uważa się zwykle wartość wskazywaną przez miernik wzorcowy. Aby ze wskazania miernika X_w obciążonego błędem ΔX obliczyć wartość rzeczywistą X_r należy do wartości odczytanej dodać poprawkę p .

1.3.1. Poprawka

Poprawka p jest to błąd bezwzględny wzięty z przeciwnym znakiem

$$\pm p = \mp \Delta X$$

Poprawkę musimy zawsze brać z określonym znakiem. Poprawki podaje się dla dokładnych mierników w postaci tablic. Jeżeli np. pomierzmy wartość 100V a w tablicy poprawek znajdujemy dla tego punktu skali poprawkę $p = -2V$, to wartość rzeczywista równa jest 98V.

1.3.2. Klasa

Klasę miernika określa się jako stosunek bezwzględnej wartości największego błędu, jaki stwierdzono przy wzorcowaniu, do wartości znamionowej skali miernika, wyrażony w procentach. Jeżeli np. miernik miał 100 działek a w czasie wzorcowania stwierdzono błąd:

odchylenie	20	40	60	80	100	dz.
błąd bezwzględny	1.0	.5	2.0	1.0	1.5	dz.

to do obliczenia klasy bierzemy największy błąd (2 działki) pełny zakres (100 działek) tj.:

$$\delta = \frac{2}{100} \cdot 100\% = 2\%$$

Klasy mierników są znormalizowane i wynoszą: 0.2; 0.5; 1; 1.5; 2.5. Miernik, którego błąd względny obliczono w przykładzie, jest więc klasy 2.5.

1.3.3. Błąd

Uchyb względny miernika wyrażony jako stosunek błędu do wartości mierzonej jest na ogół większy niż to wskazuje klasa, ponieważ pomiar odbywa się zwykle przy odchyleniu mniejszym niż znamionowe. Jeżeli woltomierz o zakresie 250V, klasy 1.5, użyć do pomiaru napięcia 50V, to błąd względny pomiaru wynikający z klasy woltomierza wyniesie

$$\delta = \pm 1.5\% \cdot \frac{250V}{50V} = \pm 7.5\%$$

a więc może on być pięciokrotnie większy od klasy miernika. Dlatego też należy tak dobrać mierniki (ich zakresy), aby wartości mierzone były bliskie wartości znamionowej miernika (praktycznie powyżej 2/3 zakresu).

Poza błędem podstawowym (określonym przez klasę miernika) przy pomiarach występuje również błąd dodatkowy, wywołany wpływem różnorodnych czynników zewnętrznych, takich jak: temperatura, częstotliwość, zewnętrzne pole magnetyczne - czynniki obiektywne, oraz niedokładności odczytu - czynniki subiektywne. Wartości dopuszczalne błędów dodatkowych obiektywnych są również określone dla danej klasy przez normy.

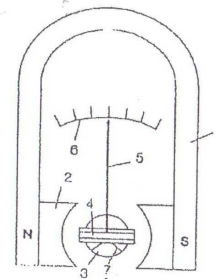
1.3.4. Czułość

Czułość miernika oznacza ilość działek przypadającą na jednostkę mierzonej wielkości i w zasadzie nie ma związku z dokładnością wskazań. Pojęcie czułości miernika jest na ogół stosowane tylko do galwanometrów.

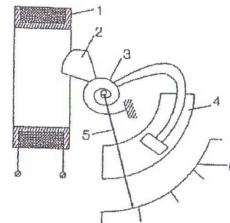
1.4. Zasada działania

Zasada działania elektrycznych przyrządów pomiarowych wykorzystuje określone zjawiska fizyczne związane głównie z przepływem prądu elektrycznego. Zależnie od rodzaju zjawiska stanowiącego podstawę działania, dzieli się elektryczne przyrządy pomiarowe na:

- 1) magnetoelektryczne, których działanie oparte jest na oddziaływaniu pola magnetycznego nieruchomego magnesu trwałego na ruchomą cewkę z prądem. Mogą być budowane tylko na prąd stały (rys.1).
- 2) elektromagnetyczne, w których wykorzystuje się oddziaływanie pola magnetycznego nieruchomej cewki z prądem na ruchomy rdzeń ferromagnetyczny. Mogą pracować przy prądzie stałym i przemiennym (rys.2).
- 3) elektrodynamiczne, w których odchylenie wskazówki uzyskuje się w wyniku dynamicznego oddziaływania wzajemnego cewek z prądem (nieruchomej i ruchomej) na siebie. Przyrządy takie mogą pracować na prąd stały i przemienny. Buduje się najczęściej jako watomierze oraz dokładne mierniki prądu przemiennego (rys.3).

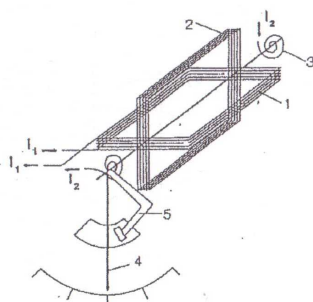


Rys.1. Zasada budowy miernika magnetoelektrycznego: 1-magnes trwały, 2-nabiegunki stalowe, 3-bęben stalowy, 4-cewka ruchoma, 5-wskazówka, 6-skala, 7-doprowadzenia prądu do cewki.



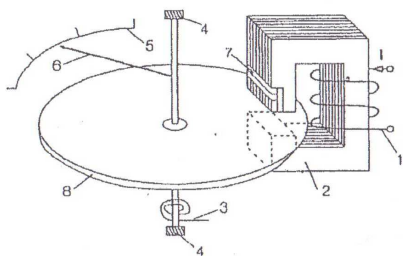
Rys.2. Zasada budowy miernika elektromagnetycznego: 1-cewka elektromagnesu, 2-rdzeń (blaszka) stalowy, 3-sprężynka zwrotna, 4-tłumik powietrzny, 5-wskazówka, 6-skala.

4) ferrodynamiczne, działają one tak jak elektrodynamiczne tylko z zastosowaniem rdzenia stalowego dla zwiększenia pola magnetycznego cewek z prądem.



Rys.3. Zasada budowy miernika elektrodynamycznego: 1-cewka nieruchoma, 2-cewka ruchoma, 3-sprężynka zwrotna doprowadzająca prąd do cewki ruchomej, 4-wskazówka, 5-tłumik powietrzny.

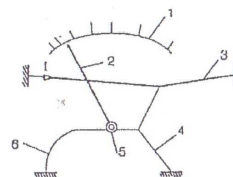
5) indukcyjne, w których wykorzystuje się oddziaływanie strumieni magnetycznych na prądy indukowane (wirowe) w tarczach metalowych lub obwodach zwartych (rys.4) (liczniki energii elektrycznej). Mierniki te mogą pracować tylko przy prądzie przemiennym.



Rys.4. Zasada budowy miernika indukcyjnego: 1-cewka elektromagnesu, 2-rdzeń zblachowany, 3-sprężynka zwrotna, 4-łożyska, 5-skala, 6-wskazówka, 7-zwój zwarty, 8-tarcza aluminiowa.

6) elektrostatyczne, wykorzystujące siły dynamiczne wywierane na ładunki umieszczone na odpowiednich częściach ruchomych i nieruchomych miernika. Mierniki te mogą pracować przy prądzie stałym i przemiennym. Budowane są najczęściej jako woltomierze.

7) ciepłe, wykorzystujące zmianę wymiarów geometrycznych ciała nagrzewanego przez prąd mierzony (rys.5).



Rys.5. Zasada działania miernika ciepłego: 1-skala, 2-wskazówka, 3-przewód, wydłużający się pod wpływem płynącego w nim prądu, 4-ciężno, 5-rolka, 6-sprężynka.

Zasada działania, na której oparta jest budowa miernika jest oznaczona na tarczy miernika odpowiednim symbolem graficznym (tabl.1-3).

1.5. Zasada budowy mierników

Zasada budowy mierników niezależnie od zasady ich działania jest podobna. Podstawowymi częściami składowymi miernika są: obudowa, ustrój pomiarowy i podstawa. Obudowa, albo osłona ma na celu ochronę wnętrza miernika przed uszkodzeniami mechanicznymi i zanieczyszczeniami.

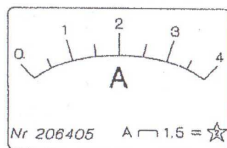
Rodzaj obudowy zależy przede wszystkim od przeznaczenia miernika i warunków pracy. Mamy więc mierniki tablicowe, laboratoryjne, przenośne (w futerałach, walizkach). Obudowy mogą być wykonane z blachy, drewna i tworzyw sztucznych.

Ustrój pomiarowy ma za zadanie przekształcić mierzoną wielkość elektryczną w odchylenie wskazówki i może być różnie wykonany, zależnie od zasady działania, przeznaczenia, rozwiązania konstrukcyjnego oraz tradycji danej firmy. Ustrój pomiarowy zawiera zawsze organ ruchomy oraz część nieruchomą. Część ruchoma zamocowana jest na stalowej osi poprzez łożyska do podstawy. Do części ruchomej przymocowana jest wskazówka. Część ruchoma jest ponadto związana z częścią nieruchomą poprzez sprężynki, które

mają za zadanie wytworzenie tzw. momentu zwrotnego przeciwdziałającego momentowi napędowemu odchylającemu organ ruchomy w czasie pomiaru.

W niektórych miernikach sprężynki te spełniają rolę połączeń doprowadzających prąd do organu ruchomego.

Wartość mierzonej wielkości wskazywana przez wskazówkę odczytujemy na podziałce umieszczonej na skali miernika (rys.6). Poza podziałką na skali umieszcza się wyraźny symbol jednostki mierzonej wielkości.



Rys.6. Skala amperomierza.

Z boku skali umieszczony jest szereg symboli oznaczających budowę miernika, jego zastosowanie, położenie pracy, napięcie próby, klasę itd. (tabl.1-3).

1.6. Mierniki uniwersalne













Miernikami uniwersalnymi nazywamy zwykle magnetoelektryczne przyrządy pomiarowe z prostownikami, wielozakresowe, posiadające przełączniki zakresów. Mierniki te umożliwiają zwykle pomiar prądu stałego w zakresie od miliamperów do kilku amperów, napięcia stałego od jednego do tysiąca voltów, napięcia przemiennego od kilku do kilkuset voltów, prądu zmiennego od kilku miliamperów do kilku amperów a ponadto rezystancji od kilkudziesięciu omów do kilku megaomów, a czasem i pojemności.












Dokładność mierników uniwersalnych jest niezbyt duża, tzn.








klasy 1 przy prądzie stałym i 2,5 przy prądzie przemiennym. Na skalach tych mierników jest zwykle kilka podziałek, jednakże znacznie mniej niż zakresów i stała miernika jest różna dla różnych zakresów.

Tablica 1-3
Symbole graficzne umieszczone na miernikach

Lp.	Symbol	Opis
1		Przyrząd magnetoelektryczny o ruchomej cewce
2		Przyrząd magnetoelektryczny ilorazowy o ruchomej cewce
3		Przyrząd elektromagnetyczny
4		Przyrząd elektromagnetyczny ilorazowy
5		Przyrząd elektrodynamiczny
6		Przyrząd elektrodynamiczny ilorazowy
7		Przyrząd ferrodynamiczny
8		Przyrząd ferrodynamiczny ilorazowy
9		Przyrząd indukcyjny
10		Przyrząd indukcyjny ilorazowy
11		Przyrząd cieplny
12		Przyrząd elektrostatyczny

13		Przyrząd wibracyjny
14		Przyrząd termoelektryczny o grzaniu bezpośrednim
15		Przyrząd termoelektryczny o grzaniu pośrednim
16		Przyrząd prostownikowy
17		Przyrząd elektroniczny
18		Przyrząd fotoelektryczny
19		Przyrząd elektrolityczny
20		Przyrząd magnetoelektryczny o ruchomym magnesie
21		Przyrząd magnetoelektryczny ilorazowy o ruchomym magnesie
22		Przyrząd na prąd stały
23		Przyrząd na prąd przemienny
24		Przyrząd na prąd stały i na prąd przemienny

25		Przyrząd prądu trójfazowego o jednym układzie pomiarowym
26		Przyrząd prądu trójfazowego o dwóch układach pomiarowych
27		Przyrząd prądu trójfazowego o trzech układach pomiarowych
28		Poziome położenie miernika przy pracy
29		Pionowe położenie miernika przy pracy
30		Pochyłe położenie miernika przy pracy (np. pod kątem 60° względem poziomu)
31		Ekran magnetyczny
32		Ekran elektrostatyczny
33	1.5	Klasa dokładności (np. 1.5)
34		Przyrząd sprawdzany napięciem probierczym 500V
35		Przyrząd sprawdzany napięciem probierczym (np. 2kV)
36		Przyrząd nie podlegający próbie napięciowej

37		Znak ostrzegawczy dla przyrządów, których dotknięcie może grozić niebezpieczeństwem porażenia
38		Przetwornik termoelektryczny o termoelementie izolowanym
39		Przetwornik termoelektryczny o termoelementie nieizolowanym
40		Prostownik półprzewodnikowy
41		Prostownik mechaniczny
42		Urządzenie elektroniczne
43	ast	Przyrząd astatyczny
44	Fe	Przyrząd przeznaczony do zamontowania na tablicy stalowej
45	NFe	Przyrząd przeznaczony do zamontowania na tablicy nieferromagnetycznej
46		Przyrząd przeznaczony do specjalnych warunków pracy, ograniczających jego zakres zastosowania, wyszczególnionych w dołączonej instrukcji
47	N ↑	Położenie miernika względem kierunku ziemskiego pola magnetycznego

1.7. Stała miernika

Stała miernika jest to stosunek wartości znamionowej zakresu pomiarowego do ilości działek na skali miernika

$$K = \frac{W_{\max}}{\alpha_{\max}}$$

gdzie: W_{\max} - wartość znamionowa zakresu
 α_{\max} - ilość działek

Aby otrzymać wynik pomiaru w jednostkach, należy odczyt w działkach pomnożyć przez stałą miernika. Jeżeli np. miernik ma 30 działek, a zakresy 15V, 30V, 60V i 150V, to stałe wynoszą odpowiednio 0.5V/dz, 1V/dz, 2V/dz i 5V/dz.

W tabelach wyników pomiarów należy odczyty zapisywać w działkach a wartości w odpowiednich jednostkach obliczać na podstawie działek i stałych miernika.

2. Elektroniczne przyrządy pomiarowe i rejestrujące

Rozwój elektroniki pozwolił budować wiele różnorodnych przyrządów i układów umożliwiających obserwację, pomiar i rejestrację wszystkich wielkości elektrycznych i magnetycznych. Właściwości mierników elektronicznych znacznie odbiegają od mierników klasycznych. Podstawową zaletą elektronicznych przyrządów pomiarowych jest ich duża rezystancja wejściowa. Bardzo duża różnorodność mierników elektronicznych utrudnia ich klasyfikację. Wyróżnić możemy następujące grupy: oscyloskopy, analogowe mierniki elektroniczne, elektroniczne mierniki cyfrowe, skomputeryzowane układy pomiarowe.

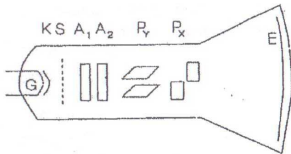
Omówimy krótko tylko te mierniki, których będziemy używać w Laboratorium Podstaw Elektrotechniki.

2.1. Oscyloskop

Jest on przyrządem bardzo uniwersalnym. Za pomocą oscyloskopu można mierzyć wartości napięć, mocy, przesunięć fazowych, częstotliwości, badać właściwości przebiegów sygnałów elektrycznych, wyznaczać charakterystyki częstotliwościowe i impulsowe układów.

Podstawowym elementem oscyloskopu jest lampa oscyloskopowa, przedstawiona schematycznie na rys.7. Na elektrony emitowane przez emiter G umieszczony wewnątrz lampy działa pole elektryczne, uwarunkowane istnieniem potencjałów elektrycznych na cylindrze sterującym S, pierwszej anodzie A₁ oraz drugiej anodzie A₂. Do cylindra sterującego przyłożony jest potencjał ujemny, do

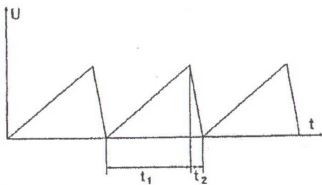
anody pierwszej A_1 potencjał dodatni, do drugiej anody A_2 również potencjał dodatni, ale o większej wartości niż do anody A_1 .



Rys.7. Schemat lampy oscyloskopowej.

Pola elektryczne wytworzone w tej części lampy powodują przyspieszenie elektronów po takich drogach, aby na ekran lampy trafiły one w postaci skupionej wiązki i wywołały na ekranie ostrą plamkę. Strumień elektronów przebiega pomiędzy dwiema parami płytek odchylenia pionowego i poziomego. Jeżeli do płytek przyłożone jest napięcie, to strumień ulega odpowiedniemu odchyleniu.

Napięcie badane, zmienne w czasie, przykładane jest do płytek odchylenia pionowego Y-Y zazwyczaj poprzez dzielnik napięcia oraz wzmacniacz z regulowanym wzmocnieniem. Pionowe odchylenie plamki świetlnej na ekranie jest proporcjonalne do chwilowej wartości badanego napięcia. Na ekranie obserwowalibyśmy tylko pionową linię prostą.

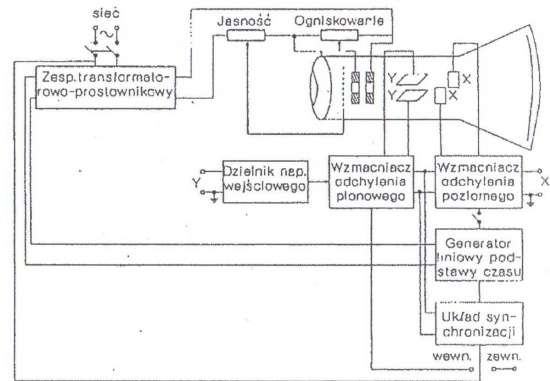


Rys.8. Napięcie pilowe.

Aby obserwować zmianę przyłożonego napięcia w funkcji czasu, do płytek odchylenia poziomego musi być przyłożone dodatkowo odpowiednio zmieniające się napięcie. Najczęściej przykłada się w osi X-X napięcie o kształcie pilowym (rys.8), tj. napięcie, które rośnie od zera do pewnego maksimum a

następnie bardzo szybko maleje do zera. Napięcie to, przyłożone do płytek odchylenia poziomego powoduje, że plamka porusza się ruchem jednostajnym z lewej strony na prawą, przy czym bardzo szybko przeskakuje ponownie do lewego skrajnego położenia i znów powtarza ruch jednostajny w prawo. Gdyby na płytkach Y-Y nie było napięcia, a do płytek X-X przyłożone byłoby napięcie podstawy czasu, to na ekranie widoczna byłaby linia pozioma. Napięcie pilowe jest wytwarzane w oscyloskopie przez generator podstawy czasu.

Jeżeli na strumień elektronów działają jednocześnie napięcia płytek Y-Y i X-X, to na ekranie będzie on zakreślał krzywą $u=f(t)$. Aby krzywa ta była nieruchoma na ekranie, częstotliwość napięcia podstawy czasu musi być równa częstotliwości badanego napięcia, lub też stanowić jego określoną krotność. Zgodność tych częstotliwości, zapewnia specjalny układ synchronizujący. Na rys.9 przedstawiono schemat oscyloskopu katodowego.



Rys.9. Schemat blokowy oscyloskopu.

Oscyloskop zasilany jest z sieci 50 Hz przez odpowiedni zasilacz. Większość nowoczesnych oscyloskopów pozwala badać nie tylko przebieg napięcia w funkcji czasu ale również jednej wielkości w funkcji drugiej. W tym celu należy

odłączyć od płytek poziomego odchyłania generator podstawy czasu i przylączyć do nich określoną wielkość fizyczną.

W celu uruchomienia i odpowiedniego regulowania podczas badań, oscyloskop wyposażony jest w szereg przełączników i potencjometrów, których gałki manipulacyjne umieszczone są na płycie czołowej. Przeznaczenie tych gałek objaśnione jest napisami, najczęściej w języku angielskim.

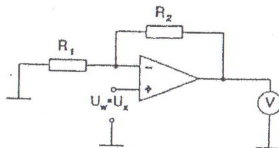
2.2. Analogowe mierniki elektroniczne

Miernik magnetoelektryczny, na którym dokonuje się odczytu, jest poprzedzony elektronicznym przetwornikiem pomiarowym. Zastosowanie przetwornika rozszerza wskazania oraz poprawia właściwości miernika magnetoelektrycznego: umożliwia pomiary przy prądzie przemiennym, rozszerza zakres pomiarowy, zwiększa czułość, zmniejsza pobór mocy przez miernik z układu pomiarowego. Przetworniki analogowych mierników elektronicznych mogą zawierać wzmacniacze, układy mnożące, różniczkujące, całkujące i inne.

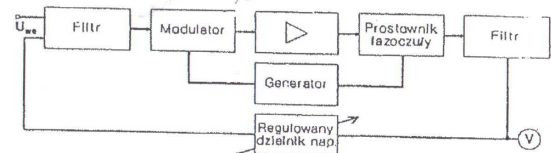
Mierniki elektroniczne buduje się do pomiaru wielkości stałych i przmiennych jako woltomierze, amperomierze, omomierze, mierniki uniwersalne, częstotściomierze, fazomierze. Pomiaru wszystkich wielkości dokonuje się w zasadzie przez pomiar napięcia, którego wartość jest miarą innych wielkości.

2.2.1. Woltomierze

Woltomierz prądu stałego złożony jest z dzielnika napięcia wejściowego, wzmacniacza prądu stałego i miernika magnetoelektrycznego wyskalowanego w woltach. Woltomierze napięć stałych buduje się na zakresy od $1\mu\text{V}$ do 1kV z rezystancją wejściową $10^{12}\Omega$. W woltomiarzach elektronicznych prądu stałego stosuje się scalone wzmacniacze operacyjne (rys.10) oraz wzmacniacze napięcia stałego z przetwarzaniem (rys.11).

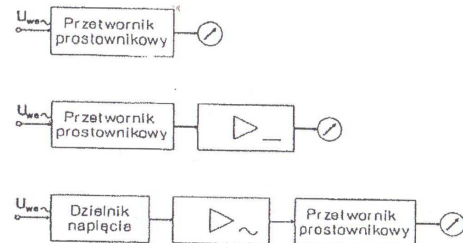


Rys.10. Woltomierz elektroniczny napięcia stałego ze wzmacniaczem operacyjnym.

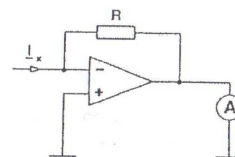


Rys.11. Schemat funkcjonalny elektronicznego mikrowoltomierza napięcia stałego z przetwarzaniem.

Elektroniczne woltomierze napięć przmiennych buduje się według jednego ze schematów podanych na rys.12.

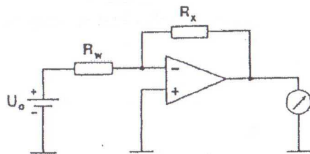


Rys.12. Schematy funkcjonalne elektronicznych woltomierzy napięć przmiennych: a) z przetwornikiem prostownikowym, b) z przetwornikiem prostownikowym i wzmacniaczem, c) ze wzmacniaczem napięcia przmiennego i przetwornikiem prostownikowym.



Rys.13. Schemat amperomierza elektronicznego z przetwornikiem prąd-napięcie.

Układy elektronicznych woltomierzy wykorzystuje się w elektronicznych amperomierzach, omiornierzach, fazyomierzach i miernikach innych wielkości sygnałów stałych i przemiennych. Schematy amperomierza i omiornierza podano na rys.13 i rys.14.

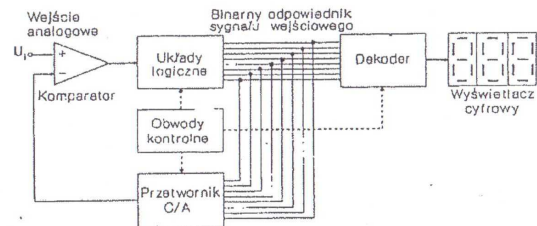


Rys.14. Schemat omiornierza ze wzmacniaczem operacyjnym (pódziałka omiornierza jest liniowa).

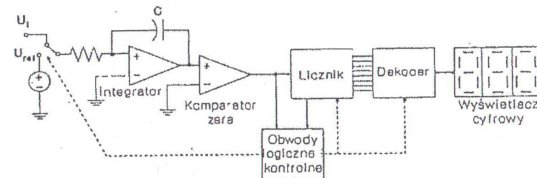
3. Mierniki cyfrowe

Miernikami cyfrowymi są elektroniczne urządzenia pomiarowe, w których wynik pomiaru jest przedstawiony w postaci liczb dziesiętnych, bezpośrednio, lub zakodowany. Wynik może być odczytany z odpowiedniego wskaźnika lub zarejestrowany na taśmie magnetycznej. Cyfrowa rejestracja wyników pomiaru ułatwia sporządzenie trwałej dokumentacji, przesyłanie informacji pomiarowej na odległość lub wykorzystanie jej w układach automatycznej regulacji. Prawie we wszystkich przypadkach wielkość wejściowa jest napięciem, lub jest przetworzona na napięcie. Wszystkie przyrządy cyfrowe są w istocie woltomierzami cyfrowymi. Przetwarzają one wielkości analogowe na wejściu na wynik cyfrowy na wyjściu. Do przetwarzania analogowo - cyfrowego najczęściej stosuje się przetworniki porównawcze i kalkujące. Idea pracy przetwornika porównawczego przedstawiona jest na rys.15.

Napięcie mierzone U_1 przyłożone do komparatora jest przetworzone przez przetwornik analogowo-cyfrowy i dekodery oraz przekazane do wskaźnika cyfrowego wyświetlacza. Jednocześnie przez układ logiczny cyfrowa postać napięcia jest porównywana w komparatorze z napięciem wyjściowym i skorygowana przez układ kontrolny. W miernikach cyfrowych wykorzystywane są również przetworniki analogowo-cyfrowe z układem kalkującym. Działanie przetwornika z układem kalkującym ilustruje rys.16.



Rys.15. Schemat blokowy przetwornika analogowo-cyfrowego wykorzystującego metodę kolejnych przybliżeń.



Rys.16. Blokowy schemat woltomierza cyfrowego z przetwornikiem analogowo-cyfrowym kalkującym.

Mierniki cyfrowe buduje się jako woltomierze, amperomierze, watomierze, częstościomierze, fazyomierze, czasomierze.

Woltomierze i amperomierze cyfrowe umożliwiają pomiar wartości skutecznych, średnich, maksymalnych, oraz wybranych wartości chwilowych. Mierniki cyfrowe często wyposażone są w układ rejestracji wyników.

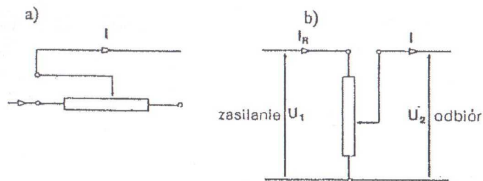
4. Pomocniczy sprzęt laboratoryjny

Poza omówionymi wyżej przyrządami pomiarowymi w laboratorium używany jest również sprzęt laboratoryjny, do którego możemy zaliczyć: oporniki, regulatory napięcia, cewki, kondensatory, przekładniki, wyłączniki itp. Niektóre z nich zostaną tu krótko omówione.

4.1. Oporniki

Oporniki służą do regulacji prądu lub napięcia i są wykonywane najczęściej z drutu oporowego nawiniętego na ceramiczny cylinder. Oporniki takie bywają pojedyncze lub podwójne. Oporniki pojedyncze wyposażone są w trzy zaciski, dwa z nich połączone są z końcami drutu oporowego a trzeci z suwakiem przesuwającym wzdłuż opornika.

Oporniki z trzema zaciskami mogą być włączone szeregowo do obwodu lub też mogą spełniać rolę dzielników napięcia, nazywane wówczas potencjometrami. Układy szeregowego i potencjometrycznego połączenia opornika pokazano na rys.17.



Rys.17. Łączenie oporników suwakowych: a) szeregowo, b) potencjometryczne.

Poza rezystancją opornika ważna jest jego obciążalność (dopuszczalny prąd), którą trzeba uwzględniać przy doborze opornika do układu. Dla większych prądów są stosowane w laboratoriach oporniki wodne.

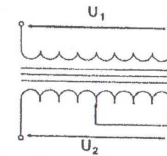
Opornik wodny składa się ze zbiornika zawierającego wodny roztwór soli kuchennej lub sody, w którym zanurzone są płyty metalowe. Zmieniając głębokość zanurzenia płyt można regulować rezystancję opornika. Oporniki wodne buduje się jako 3-płytowe (do prądu trójfazowego) bądź 2-płytowe (prąd stały i jednofazowy).

4.2. Autoransformatory

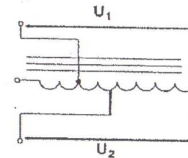
Do regulacji napięcia w obwodach prądu przemiennego stosuje się transformatory regulacyjne i autotransformatory. W transformatorach regulacyjnych powierzchnia zewnętrzna uzwojenia wtórnego, umieszczonego zawsze w warstwie górnej, jest oczyszczona z izolacji i po niej jest przesuwany styk węglowy. Wartość napięcia U_2 (rys.18) zależy od położenia styku.

Transformator regulacyjny zapewnia elektryczne oddzielenie (odizolowanie) odbioru od zasilania. Autotransformatory używane w laboratorium mają

najczęściej rdzeń pierścieniowy, na którym nawinięte jest jedno uzwojenie, tworzące jedną warstwę z usuniętą izolacją po stronie zewnętrznej. Przez pokręcanie pokrętkiem zmieniamy położenie ruchomego styku na uzwojeniu, uzyskując regulację napięcia U_2 (rys.19) od 0 do wartości nieco większej od napięcia U_1 .



Rys.18. Transformator regulacyjny.

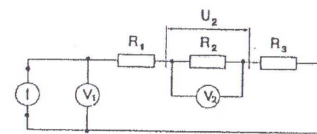


Rys.19. Autotransformator regulacyjny.

5. Pomiar podstawowych wielkości elektrycznych

5.1. Pomiar napięcia

Napięcia stałe i sinusoidalnie zmienne w granicach od 1mV do 1000V mierzymy za pomocą woltomierzy. Woltomierz przyłączamy równolegle do obiektu (dwojnika), którego napięcie chcemy zmierzyć (rys.20).

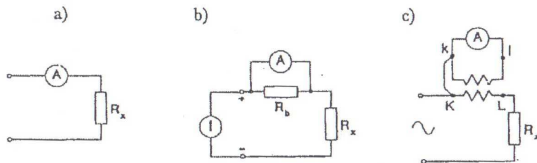


Rys.20. Pomiar napięcia. U_1 - napięcie źródła, U_2 - napięcie na odbiorniku R_2 .

Zakres woltomierza musi być dobrany do spodziewanej wartości napięcia mierzonego. Woltomierze charakteryzują się dużą rezystancją wewnętrzną i prąd płynący przez woltomierz może być pominięty. Zakres napięciowy woltomierzy można powiększyć przez stosowanie dzielnika napięciowego (przy prądzie stałym) lub przekładnika napięciowego (przy prądzie przemiennym).

5.2. Pomiar prądu

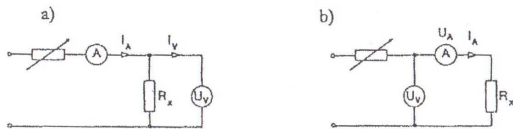
Do pomiaru prądu stosujemy amperomierze, których zakresy pomiarowe zawierają się w granicach od 1mA do 30A. Przy prądach o większych wartościach stosujemy boczniki dla prądu stałego i przekładniki prądowe dla prądu przemiennego. Amperomierz włączamy szeregowo z obiektem (dwojnikiem), którego prąd chcemy zmierzyć. Amperomierze mają małą rezystancję wewnętrzną i włączenie ich na napięcie (równoległe do badanego obiektu) grozi uszkodzeniem. Sposób włączania amperomierza podaje rys.21.



Rys.21. Pomiar prądu: a) układ z amperomierzem, b) układ z bocznikiem, c) układ z przekładnikiem prądowym.

5.3. Pomiar rezystancji

Rezystancję przy prądzie stałym mierzymy różnymi metodami, zależnie od wartości mierzonej rezystancji, wymaganej dokładności oraz posiadanych w dyspozycji przyrządów pomiarowych. Rezystancję możemy wyznaczyć z prawa Ohma na podstawie pomiaru napięcia i prądu, tj. metodą techniczną (rys.22).



Rys.22. Pomiary rezystancji metodą techniczną: a) układ dla rezystancji małych, b) układ dla rezystancji dużych.

Pomijając błędy metody wywołane nieuwzględnieniem prądu woltomierza lub napięcia amperomierza, rezystancję określimy jako:

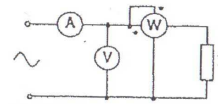
$$R_x = \frac{U_V}{I_A}$$

Dokładną wartość \$R_x\$ możemy wyznaczyć uwzględniając rezystancję wewnętrzną woltomierza i amperomierza.

Rezystancje duże (\$R_x \gg 1\Omega\$) możemy zmierzyć za pomocą mostka Wheatstone'a a rezystancje małe (\$R_x < 1\Omega\$) mostkiem Thomsona. Do pomiaru rezystancji bardzo dużych (rezystancji izolacji) stosujemy omomierze indukcyjne.

5.4. Pomiar mocy

Moc mierzymy za pomocą watomierzy. Watomierze, budowane najczęściej jako mierniki elektrodynamiczne, mają dwa obwody - prądowy i napięciowy. Zaciski cewki prądowej i napięciowej są odpowiednio oznakowane. Cewkę prądową watomierza włączamy tak jak amperomierz, a cewkę napięciową tak jak woltomierz. Początki cewek watomierza powinny mieć jednakowy potencjał.



Rys.23. Pomiar mocy w układzie jednofazowym.

Przy pomiarze mocy, oprócz watomierza należy włączyć woltomierz i amperomierz. Pozwala to kontrolować czy nie zostały przekroczone zakresy prądowy bądź napięciowy watomierza, oraz wyznaczyć moc pozorną układu.

Układy połączeń do pomiaru mocy w układach trójfazowych będą przedstawione przy odpowiednich ćwiczeniach.

Pomiary za pomocą innych mierników specjalnych należy wykonywać zgodnie z instrukcjami ich obsługi i wskazówkami prowadzącego ćwiczenie.

6. Wskazówki dla studentów odrabiających ćwiczenia w Laboratorium Podstaw Elektrotechniki

Przy przygotowaniu się do ćwiczeń w laboratorium i ich odrabianiu studenci powinni przestrzegać następujących zasad:

1. Zaznajomić się uprzednio z tematem i treścią ćwiczenia, posiadać wiadomości dotyczące danego ćwiczenia, oparte na wykładach z Elektrotechniki Teoretycznej, opisie ćwiczenia lub odpowiedniej literaturze.
2. Znać cel i przebieg prac, które w danym ćwiczeniu należy wykonać.
3. Ustalić plan postępowania przy wykonywaniu ćwiczenia.
4. Znać schemat połączeń oraz orientować się jakie przyrządy są używane w ćwiczeniu.
5. Przed przystąpieniem do łączenia układu ustalić plan roznieszczenia przyrządów i innych urządzeń na przestrzeni, którą ma się do dyspozycji. W szczególności należy zwrócić uwagę na to, aby połączenia były przejrzyste, oraz aby obserwacje i odczytywanie z przyrządów pomiarowych były łatwe.
6. Przy łączeniu układów należy przede wszystkim wykonać połączenie szeregowe elementów obwodu prądowego. Połączenie musi być tak wykonane, aby wychodząc z jednego zacisku źródła energii elektrycznej po przejściu obwodu prądowego, wrócić do drugiego zacisku źródła. Następnie należy wykonać połączenia napięciowe (równoległe) - włączyć woltomierze, cewki napięciowe watomierzy itp. zgodnie z układem połączeń podanym w opisie ćwiczenia. Należy przy tym zwrócić uwagę na zakresy łączonych przyrządów pomiarowych, ich biegunowości w obwodach prądu stałego, potencjały itp.
7. Powiadomić prowadzącego ćwiczenie, że układ jest zmontowany. Dopiero po sprawdzeniu układu połączeń przez prowadzącego ćwiczenie, można w jego obecności włączyć napięcie. Samowolne włączenie napięcia, przed sprawdzeniem układu jest niedopuszczalne.
8. Pamiętać o tym, że mierniki elektryczne i inne aparaty (oscyloskopy, oporniki dekadowe i inne) są urządzeniami delikatnymi i kosztownymi. Dlatego też należy obchodzić się z nimi bardzo ostrożnie, chronić je przed możliwością uszkodzenia mechanicznego, przekroczeń znamionowych zakresów itp. W przypadku zaistnienia jakichkolwiek wątpliwości należy korzystać z pomocy prowadzącego ćwiczenia.
9. Dokonać pomiarów, uważnie zanotować wyniki pomiarów w przygotowanych uprzednio tabelkach.
10. Po przeprowadzeniu wszystkich pomiarów i obserwacji oraz po przyjęciu wyników przez prowadzącego ćwiczenie, należy roznontować układ połączeń.

11. Zdać kolokwium zaliczające ćwiczenie. Aby ćwiczenie "zaliczyć" należy wykazać znajomość materiału wchodzącego w zakres ćwiczenia oraz umiejętność przeprowadzania ćwiczeń.
12. Pozostałe prace, które wynikają z programu ćwiczenia studenci wykonują w domu.

Sprawozdanie z odbytego ćwiczenia powinno zawierać:

- a) temat i cel ćwiczenia,
 - b) starannie narysowane układy połączeń,
 - c) opis użytych przyrządów pomiarowych,
 - d) ujęte w formie tablic i wykresów wyniki pomiarów,
 - e) przeprowadzone w sposób przejrzysty obliczenia wymagane w danym ćwiczeniu,
 - f) wykresy winny być wykonane starannie, na papierze milimetrowym, oś współrzędnych opisane, podane jednostki i skale. Kartki z odpowiednimi wykresami winny być wklejone we właściwym miejscu sprawozdania,
 - g) krótkie i treściwe odpowiedzi na ewentualne pytania,
 - h) uwagi dotyczące wyników pomiarów i obliczeń. Uwagi te powinny być możliwie zwięzłe i dotyczyć zagadnień, które są, zdaniem studenta, najbardziej istotne w danym ćwiczeniu,
 - i) strona tytułowa winna być wykonana wg wzoru przyjętego w Laboratorium Podstaw Elektrotechniki.
13. Oddanie sprawozdania wykonanego ćwiczenia jest warunkiem koniecznym dopuszczenia studenta do odrabiania ćwiczenia następnego.

Studenci przystępujący do odrabiania ćwiczeń w Laboratorium Podstaw Elektrotechniki stykają się w zasadzie po raz pierwszy w toku studiów z obwodami elektrycznymi, w których występują napięcia stałe do 250 V i napięcia przemienne do 380 V. W związku z tym studenci winni zapoznać się z przepisami bezpieczeństwa i higieny pracy przy urządzeniach elektrycznych. W szczególności winni zwrócić uwagę na to, aby nie dotykać nieizolowanych części obwodu znajdującego się pod napięciem. Dokonywanie jakichkolwiek zmian połączeń w obwodzie znajdującym się pod napięciem jest niedopuszczalne.

Ćwiczenie 1

ELEMENTY OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

1.1 WIADOMOŚCI OGÓLNE

1.1.1. Wstęp

Elementem obwodu elektrycznego nazywamy część składową obwodu elektrycznego niepodzielną pod względem funkcjonalnym bez utraty swych właściwości charakterystycznych. Element elektryczny jest łączony z innymi elementami obwodu za pomocą zacisków, których liczba pozwala zaliczyć dany element do dwójników lub wielobiegunników. Wśród tych ostatnich wyróżniają się trójniki (np. tranzystor) i czwórniki (transformator, źródło sterowane).

Ze względu na procesy energetyczne zachodzące w elementach dzielimy je na pasywne i aktywne. Elementy aktywne mogą oddawać ze swoich zacisków więcej energii niż pobierają. Elementy pasywne, w których zachodzi proces przemiany energii elektrycznej na inny rodzaj energii nazywamy rozpraszającymi lub dysypatywnymi, zaś elementy pasywne gromadzące energię nazywamy elementami konserwatywnymi lub zachowawczymi.

Współczynniki wiążące prąd i napięcie lub pochodne tych wielkości nazywamy parametrami obwodu i ze względu na ich zależność od czasu dzielimy elementy obwodu elektrycznego na stacjonarne i niestacjonarne (zależne od czasu).

Ze względu na zależność parametrów elementu od współrzędnych przestrzennych dzielimy je na elementy o parametrach skupionych i rozłożonych. Wielkości opisujące element o parametrach rozłożonych są funkcją dwóch lub większej liczby zmiennych niezależnych: czasu i współrzędnej położenia.

Jeżeli równania wiążące prąd i napięcie idealnego elementu są liniowe, element taki nazywamy liniowym, jeżeli równania są nieliniowe, element taki nazywamy nieliniowym.

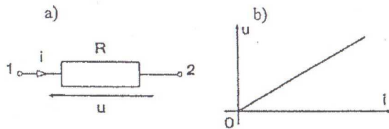
1.1.2. Elementy pasywne

Rezystor

Rezystor jest dwójnikiem pasywnym rozpraszającym energię, w którym zachodzi proces przemiany energii elektrycznej w ciepłą. Dla rezystora liniowego, stacjonarnego o schemacie graficznym przedstawionym na rys.1.1, napięcie u oraz prąd i są, zgodnie z prawem Ohma, związane równaniem algebraicznym:

$$u = R \cdot i \quad \text{lub} \quad i = G \cdot u \quad (1.1)$$

gdzie R jest parametrem stałym, zwanym rezystancją, $G=R^{-1}$ oznacza konduktancję rezystora.



Rys.1.1. a) schemat graficzny rezystora, b) charakterystyka napięciowo-prądowa rezystora.

Energia zużywana w rezystorze w czasie od 0 do t określona jest wyrażeniem

$$W = \int_0^t u \cdot i \cdot dt = R \cdot \int_0^t i^2 \cdot dt \quad (1.2)$$

i jest dodatnia,

Rezystancja przewodnika o przekroju poprzecznym S i długości l w danej temperaturze wynosi:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{l}{\gamma \cdot S} \quad (1.3)$$

gdzie: ρ - rezystywność (opór właściwy) przewodnika, γ - konduktywność (przewodność właściwa) przewodnika.

Charakterystyka napięciowo-prądowa rezystora liniowego (rys.1.1b) jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych i rezystancja takiego rezystora nie zależy od napięcia na jego zaciskach ani od prądu przepływającego przez rezystor.

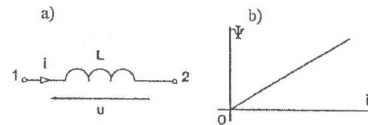
Cewka

Cewka jest dwójnikiem pasywnym konserwatywnym, gromadzącym energię w polu magnetycznym. Schemat graficzny cewki przedstawia rys.1.2.a. Indukcyjność własna L cewki, będąca jej parametrem stałym, wyraża stosunek strumienia skojarzonego Ψ z cewką do prądu i płynącego przez cewkę:

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (1.4)$$

przy czym, dla cewki o z zwojach strumień skojarzony jest równy sumie strumieni wszystkich zwojów cewki $\Psi = z \cdot \Phi$.

Charakterystyka strumienia skojarzonego w funkcji prądu $\Psi = f(i)$ cewki liniowej jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych (rys.1.2.b).



Rys.1.2. a) schemat graficzny cewki liniowej, b) charakterystyka strumienia skojarzonego Ψ w funkcji prądu cewki i .

Indukcyjność własna cewki powietrznej cylindrycznej o przekroju S i długości l posiadającej z zwojów wynosi w przybliżeniu:

$$L = z^2 \cdot \frac{\mu \cdot S}{l} \quad (1.5)$$

gdzie μ jest przenikalnością magnetyczną środowiska.

W środowiskach ferromagnetycznych indukcyjność dotyczy tylko prądu stałego i nazywa się indukcyjnością statyczną.

Przepływ prądu zmiennego w uzwojeniu cewki powoduje powstanie strumienia magnetycznego skojarzonego z cewką. W wyniku zmian strumienia magnetycznego w cewce o indukcyjności L indukuje się siła elektromotoryczna $e_i = -L(di/dt)$.

Napięcie na zaciskach cewki liniowej jest związane z prądem płynącym przez cewkę równaniem różniczkowym liniowym zwyczajnym $u = L(di/dt)$, a zatem jest proporcjonalne do pochodnej prądu względem czasu. Energia dostarczana do cewki w przedziale czasu od 0 do t , przy założeniu że w przedziale czasu $(-\infty, 0)$ prąd w cewce jest równy zeru, określona jest zależnością:

$$w_L = \int_{-\infty}^t u \cdot i \cdot dt = \int_{-\infty}^t L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 \quad (1.6)$$

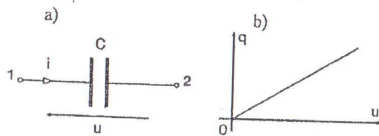
i jest nieujemna.

Kondensator

Kondensator jest dwójnikiem pasywnym zachowawczym, gromadzącym energię w polu elektrycznym. Schemat graficzny kondensatora przedstawia rys.1.3.a. Parametrem stałym charakteryzującym kondensator liniowy jest pojemność C , która wyraża się stosunkiem ładunku q zgromadzonego na jednej z okładek kondensatora do napięcia między okładzinami:

$$C = \frac{q}{U} \quad (1.7)$$

Charakterystyką kondensatora na płaszczyźnie q - u jest linia prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych (rys.1.3.b).



Rys.1.3. a) schemat graficzny kondensatora, b) charakterystyka ładunku w funkcji napięcia.

Jeżeli do kondensatora zostanie doprowadzone napięcie u , to na jego okładzinach gromadzi się ładunek elektryczny q i zjawisko to nazywamy ładowaniem kondensatora.

Dla kondensatora liniowego, stacjonarnego pasywnego napięcie u na jego zaciskach jest związane z prądem ładowania kondensatora równaniem w postaci całkowej:

$$u = \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^t i \cdot dt \quad (1.8)$$

a zatem jest proporcjonalne do całki prądu względem czasu. Odwrotność pojemności $D=1/C$ nazywa się elastancją kondensatora.

Pojemność kondensatora zależy od geometrii jego elektrod oraz od właściwości środowiska wypełniającego przestrzeń międzyelektrodową i dla kondensatora płaskiego o powierzchni okładek S i odległości między okładkami d wynosi:

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d} \quad (1.9)$$

gdzie ϵ jest stałą dielektryczną środowiska.

Energia dostarczana do kondensatora w przedziale czasu od 0 do t , przy założeniu że w przedziale czasu $(-\infty, 0)$ napięcie na kondensatorze było równe zeru, określona jest zależnością:

$$w_C = \int_{-\infty}^t u \cdot i \cdot dt = \int_{-\infty}^t u C \cdot \frac{du}{dt} \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad (1.10)$$

i jest nieujemna.

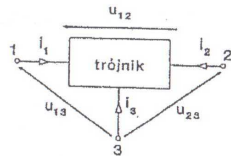
Elementy pasywne wielokońcówkowe

Elementy pasywne o większej od dwóch liczbie zacisków, a zwłaszcza trójniki i czwórniki, mają szerokie zastosowanie w układach elektrycznych. Modele elementów wielokońcówkowych tworzy się przez odpowiednie połączenie dwójników, a wyrażenia je opisujące mają postać układów równań, których liczba zależy od rodzaju elementu.

Trójniki pasywne

Przykładami elementów trójkońcówkowych, które w określonych warunkach mogą być przedstawione za pomocą trójników pasywnych, są trioda, tranzystor, tyrystor itp. Symbol graficzny trójnika przedstawia rys.1.4, a równania opisujące taki element mają, zgodnie z I i II prawem Kirchhoffa, postać:

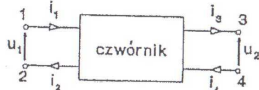
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0, \quad u_{12} - u_{13} + u_{23} = 0 \quad (1.11)$$



Rys.1.4. Symbol graficzny trójnika.

Czworniki pasywne

Czwornik jest szczególnym przypadkiem elementu czterokońcówkowego, takim że w każdej parze końcówek (rys.1.5) prądy są równe co do wartości lecz przeciwnie skierowane względem tych końcówek. Charakterystyki czwornika liniowego pasywnego mają postać układu dwóch równań liniowych algebraicznych.



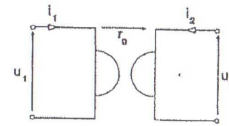
Rys.1.5. Symbol graficzny czwornika.

Żyrator idealny

Jest to element pasywny, który nie gromadzi ani nie zużywa energii, a przekazuje ją z elementu włączonego na jedną parę końcówek do elementu włączonego na drugą parę końcówek. Charakterystyki napięciowo-prądowe żyratora, o schemacie graficznym przedstawionym na rys.1.6, mają następującą postać:

$$u_1 = -r_g \cdot i_2 \quad u_2 = r_g \cdot i_1 \quad (1.12)$$

gdzie r_g jest stałym współczynnikiem zwanym stałą żyracji o wymiarze rezystancji.



Rys.1.6. Schemat graficzny żyratora.

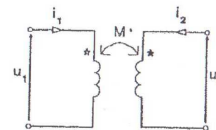
Energia pobierana przez żyrator z układu zewnętrznego

$$W = \int_{-\infty}^t (u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2) \cdot dt = \int_{-\infty}^t (-r_g \cdot i_2 \cdot i_1 + r_g \cdot i_2 \cdot i_1) dt = 0 \quad (1.13)$$

Podstawowym zastosowaniem żyratora jest symulacja elementów dwukońcówkowych, i tak żyrator obciążony cewką zastępuje kondensator, a w połączeniu z opornikiem o rezystancji R przekształca go w opornik o konduktancji $G=R/r_g^2$.

Cewki sprzężone

Dwie cewki o indukcyjnościach własnych L_1 oraz L_2 sprzężone ze sobą magnetycznie, zgodnie lub przeciwnie, posiadają dodatkową właściwość zwaną indukcyjnością wzajemną M . Jest to element pasywny obwodu elektrycznego czterozaciskowy (czwornik) służący do modelowania zjawiska indukcji elektromagnetycznej wzajemnej o schemacie graficznym przedstawionym na rys.1.7.



Rys.1.7. Symbol graficzny dwóch cewek sprzężonych magnetycznie.

Indukcyjność wzajemną M wyrażamy poprzez indukcyjności własne L_1, L_2 cewek następująco:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (1.14)$$

gdzie k jest współczynnikiem sprzężenia zawartym w granicach od 0 (brak sprzężenia) do 1 (sprzężenie doskonałe).

Napięcia u_1 i u_2 na zaciskach dwu cewek sprzężonych magnetycznie są związane z prądami i_1, i_2 płynącymi przez cewki równaniami:

$$u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad u_2 = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (1.15)$$

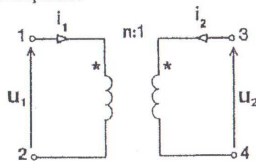
przy czym (+) odpowiada sprzężeniu dodatniemu a (-) ujemnemu.

Transformator idealny

Transformator idealny jest czwórnikiem pasywnym, który charakteryzuje się jednym parametrem zwanym przekładnią $\vartheta = z_1/z_2$, będącą stosunkiem liczby zwojów cewki pierwotnej do liczby zwojów cewki wtórnej. Schemat graficzny transformatora idealnego, który jest szczególną postacią cewek sprzężonych, przedstawia rys.1.8, a równania określające element mają postać:

$$u_1 = \vartheta \cdot u_2, \quad i_1 = -\frac{i_2}{\vartheta} \quad (1.16)$$

przy czym zakłada się, że oba prądy i_1 oraz i_2 są jednakowo zwrócone względem zacisków oznaczonych kropkami.



Rys.1.8. Schemat graficzny transformatora idealnego.

Włączenie na jedną parę zacisków transformatora idealnego opornika o rezystancji R powoduje przekształcenie tej rezystancji na drugiej parze zacisków do rezystancji ϑ^2 razy większej, ponieważ:

$$u_1 = \vartheta \cdot u_2 = -\vartheta \cdot R \cdot i_2 = \vartheta^2 \cdot R \cdot i_1 \quad (1.17)$$

Energia pobierana przez transformator idealny z obwodu zewnętrznego wynosi:

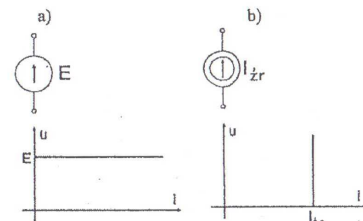
$$W_{\text{Tri}} = \int_{-\infty}^t (u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2) \cdot dt = 0 \quad (1.18)$$

co oznacza, że transformator idealny nie rozprasza ani nie gromadzi energii, a przenosi ją z elementu włączonego na jedną parę zacisków do elementu włączonego na drugą parę zacisków.

1.1.3. Elementy aktywne

Idealne źródło napięcia i prądu

Idealne źródło napięcia jest dwójnikiem aktywnym wytwarzającym napięcie (siłę elektromotoryczną) niezależne od prądu płynącego w źródle. Parametrem charakteryzującym idealne źródło napięcia jest napięcie źródłowe oznaczane symbolem e lub u . Prąd w idealnym źródle napięcia określony jest przez odbiornik, który nie wpływa na napięcie idealnego źródła.



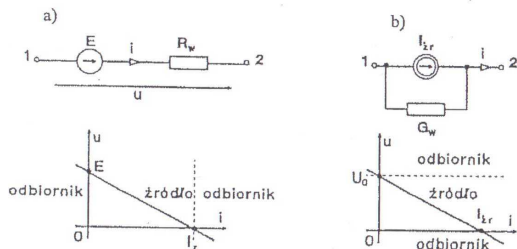
Rys.1.9. a) Schemat graficzny i charakterystyka idealnego źródła napięcia, b) schemat i charakterystyka idealnego źródła prądu.

Idealne źródło prądu jest dwójnikiem aktywnym wytwarzającym prąd niezależny od napięcia na zaciskach źródła. Parametrem idealnego źródła prądu jest prąd źródłowy i_z . Schematy idealnego źródła prądu i napięcia oraz ich charakterystyki prądowo - napięciowe przedstawia rys.1.9.

Moc idealnych źródeł energii jest nieograniczona, są to więc elementy fikcyjne nie istniejące w warunkach rzeczywistych i należy je traktować jako graniczny przypadek rzeczywistych źródeł energii.

Rzeczywiste źródło napięcia i prądu

Źródło rzeczywiste jest dwójnikiem utworzonym z połączenia źródła idealnego i dwójnika pasywnego rozpraszającego energię. Schemat zastępczy rzeczywistego źródła napięcia (rys.1.10 a) przedstawia sobą szeregowe połączenie źródła idealnego i rezystora, a rzeczywistego źródła prądu (rys.1.10 b) - równoległe połączenie tych elementów. Rezystor symbolizuje rezystancję wewnętrzną źródła i jest obok napięcia (prądu) źródłowego parametrem źródła rzeczywistego.



Rys.1.10. Schemat zastępczy i charakterystyki rzeczywistego źródła napięcia (a) i rzeczywistego źródła prądu (b).

Napięcie u na zaciskach źródła napięcia jest mniejsze od napięcia źródłowego E o napięcie na rezystancji wewnętrznej R_w : $u = E - R_w \cdot i$; podobnie prąd rzeczywistego źródła prądu jest mniejszy od prądu źródłowego o wartość prądu płynącego przez konduktancję wewnętrzną G_w : $i = I_z - G_w \cdot u$.

Moc źródeł rzeczywistych jest skończona, ponieważ prąd rzeczywistego źródła napięcia i napięcie rzeczywistego źródła prądu mogą osiągać wartości ograniczone. Rzeczywiste źródło napięcia można zawsze zastąpić źródłem prądu

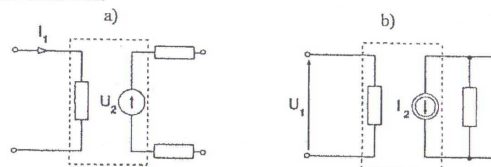
i na odwrót i w obu przypadkach na zaciskach odbiornika panuje to samo napięcie U i płynie ten sam prąd I .

Źródła sterowane

Źródła sterowane są czwórnikami, w których napięcie (prąd) źródłowe związane z jedną parą zacisków jest proporcjonalne do napięcia (prądu) związanego z drugą parą zacisków. Rozróżnia się cztery rodzaje źródeł sterowanych:

- źródło napięcia sterowane napięciowo ($u_2 = \alpha \cdot u_1$, $i_1 = 0$), w którym napięcie na wyjściu u_2 jest proporcjonalne do napięcia wejściowego u_1 (α - współczynnik proporcjonalności),
- źródło napięcia sterowane prądowo ($u_2 = r \cdot i_1$, $u_1 = 0$), w którym wielkością sterującą jest prąd wejściowy a wielkością sterowaną napięcie na wyjściu,
- źródło prądu sterowane napięciowo ($i_2 = g \cdot u_1$, $i_1 = 0$),
- źródło prądu sterowane prądowo ($i_2 = \beta \cdot i_1$, $u_1 = 0$), w których wielkością sterowaną jest prąd źródłowy i_2 a wielkościami sterującymi odpowiednio napięcie wejściowe i prąd wejściowy.

Schematy graficzne rzeczywistych źródeł sterowanych przedstawia rys.1.11. Cechą idealnych źródeł sterowanych jest to, że wielkość sterująca nie zależy od wielkości sterowanej (czwórnik nieodwrotny) a moc wejściowa jest zawsze równa zero.

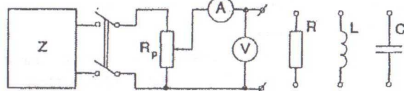


Rys.1.11. Schemat graficzny rzeczywistego źródła napięcia sterowanego prądowo (a) i rzeczywistego źródła prądu sterowanego napięciowo (b).

1.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

1.2.1. Wyznaczanie charakterystyk elementów pasywnych

W układzie przedstawionym na rys.1.12 należy wyznaczyć charakterystyki elementów pasywnych R , L , C przy zasilaniu napięciem stałym i sinusoidalnie zmiennym.



Rys.1.12. Układ do wyznaczania charakterystyk prądowo-napięciowych elementów pasywnych.

Oznaczenia na rysunku:

Z - źródło napięcia stałego lub przemiennego,
A - amperomierz prądu stałego lub przemiennego,
V - woltomierz napięcia stałego lub przemiennego,
Rp - potencjometr do regulacji napięcia.

Wyniki pomiarów należy umieścić w tabelicy 1.1.

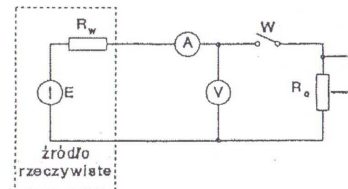
Tablica 1.1

Lp.	R			L			C			napięcie
	U V	I A	U/I Ω	U V	I A	U/I Ω	U V	I A	U/I Ω	
1										s t a l e
2										
3										
4										
5										
6										
7										
1										z m i e n n e
2										
3										
4										
5										
6										
7										

W sprawozdaniu należy narysować na wspólnym wykresie charakterystyki prądowo-napięciowe wszystkich elementów. Obliczyć iloraz U/I . Wyjaśnić różnice występujące w ilorazie obliczonym dla tych samych elementów z pomiarów przy prądzie stałym i przemiennym. Zaobserwować na oscyloskopie chwilowe przebiegi prądu i napięcia na poszczególnych elementach.

1.2.2. Badanie źródła napięcia

W układzie na rys.1.13 należy dokonać pomiaru napięcia i prądu zmieniając wartość rezystancji obciążenia R_o od ∞ do 0.



Rys.1.13. Układ do pomiaru charakterystyki prądowo-napięciowej źródła napięcia stałego.

Na rysunku oznaczono:

E, R_w - siła elektromotoryczna i rezystancja wewnętrzna badanego źródła napięcia,

R_o - rezystancja obciążenia,

A, V - amperomierz i woltomierz stałych przebiegów.

Wyniki pomiarów zestawień w tabelicy 1.2.

Tablica 1.2

Lp.	U	I	R_o	R_w	P_I	P	η
	V	A	Ω	Ω	W	W	---
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

Na podstawie wyników pomiarów należy obliczyć:

- R_O - rezystancję obciążenia,
- R_W - rezystancję wewnętrzną źródła,
- P_I - moc idealnego źródła napięcia,
- P - moc odbieraną ze źródła rzeczywistego
- η - sprawność rzeczywistego źródła napięcia.

Narysować na wspólnym wykresie następujące charakterystyki: $U=f_1(R_O)$, $I=f_2(R_O)$, $P=f_3(R_O)$, $\eta=f_4(R_O)$.

Ponadto wyznaczyć i pokazać na charakterystykach punkt, w którym zachodzi dopasowanie odbiornika do źródła napięcia oraz wyznaczyć parametry zastępczego źródła prądu równoważnego badanemu źródłu napięciowemu.

W ćwiczeniu mogą być badane inne elementy z omówionych w wiadomościach wstępnych, zgodnie z poleceniem prowadzącego ćwiczenie.

LITERATURA

- Bolkowski S. - "Elektrotechnika teoretyczna. Teoria obwodów elektrycznych", tom I, WNT, Warszawa 1982.
- Krakowski M. - "Elektrotechnika teoretyczna. Obwody liniowe i nieliniowe", tom I, PWN, Warszawa-Poznań 1979.
- Mikołajuk K., Trzaska Z. - "Elektrotechnika teoretyczna. Analiza i synteza elektrycznych obwodów liniowych", PWN, Warszawa 1984.

Ćwiczenie 2

SYGNAŁY ELEKTRYCZNE

2.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

2.1.1. Określenie sygnału elektrycznego

W urządzeniach technicznych przesyłamy od źródła do odbiornika energię o różnej postaci; na przykład prąd elektryczny, gaz ziemny, para wodna, gorąca woda do ogrzewania mieszkań itp.

Bardzo często ma dla nas pierwszorzędne znaczenie nie ilość przesyłanej energii a jej jakość. Jakość przesyłanej energii ocenia się na podstawie parametrów, przy których przesył zostaje zrealizowany. W przypadku energii elektrycznej jakość ocenia się na podstawie napięcia i prądu, które w różny sposób mogą zmieniać się w czasie i odległości od źródła. W wielu przypadkach ilości przekazywanej energii są małe i odgrywają tylko rolę pomocniczą w stosunku do głównego celu, jakim jest np. przekazywanie informacji. Znaki służące do przekazywania informacji nazywamy ogólnie sygnałami.

Sygnału używamy w dwóch znaczeniach:

- a) sygnałem nazywamy znak służący do przekazywania wiadomości (informacji), na przykład znak akustyczny, znak radiowy i telewizyjny przekazywany za pomocą fal elektromagnetycznych.
- b) sygnałem nazywamy samą falę rozchodzącą się ze źródła w jednym lub we wszystkich kierunkach.

W elektrotechnice rozpatruje się sygnały o postaci fal napięciowych i prądowych a w przypadku obwodów o parametrach skupionych - w postaci przebiegów napięcia i prądu.

Sygnał wyrażamy za pomocą funkcji analitycznie lub wykreslnie. Zasadniczo jest to funkcja dwóch zmiennych niezależnych; czasu i odległości.

Zazwyczaj jednak dla ułatwienia badania sygnału przyjmujemy jedną z tych zmiennych za stałą i uważamy już sygnał za funkcję jednej tylko zmiennej. Możemy zatem rozpatrywać sygnał o postaci fali napięcia lub fali prądu w danej chwili $t = \text{const.}$ w zależności od odległości od początku linii telekomunikacyjnej bądź energetycznej; mówimy wtedy że badamy $u = u(x)$ lub $i = i(x)$, funkcje zwane rozkładem napięcia lub prądu w linii. Możemy również rozpatrywać sygnał o postaci fali napięcia lub fali prądu w danym miejscu linii $x = \text{const.}$ w zależności od czasu; mówimy wtedy, że badamy $u = u(t)$ lub $i = i(t)$, funkcje zwane przebiegiem napięcia lub prądu w linii.

W obwodach prądu stałego bądź sinusoidalnego o rozmiarach rzędu metrów i kilometrów, przy częstotliwości sieciowej $f = 50\text{Hz}$ można przyjąć, że występujące w nich zjawiska zachodzą jednocześnie w całym obwodzie, tak, jak gdyby prędkość rozchodzenia się sygnału była nieskończenie wielka. Można więc przyjąć, że napięcie między dwoma punktami obwodu $u = u(t)$ i prąd przewodowy $i = i(t)$ są wyłącznie funkcjami czasu. Obwody takie nazywamy obwodami o parametrach skupionych.

W ćwiczeniu zajmować się będziemy sygnałami w obwodach o parametrach skupionych. Napięcie i prąd są wielkościami fizycznymi a wartości ich wyrażone są liczbami rzeczywistymi. Jednak w teorii obwodów napięcia i prądy przyporządkowujemy również liczby zespolone co w sposób istotny ułatwia obliczenia rzeczywistych funkcji napięcia i prądu :

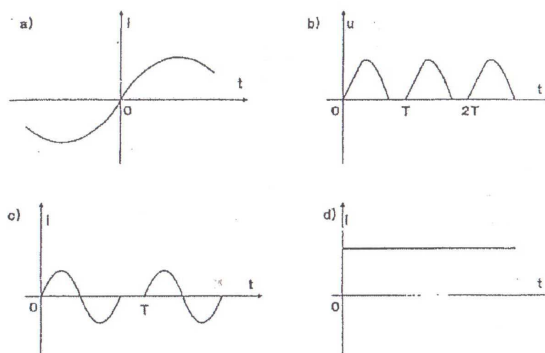
$$\begin{aligned} \text{Sygnały } u(t) &= 10 \text{ V}, & u(t) &= \cos(10t + \frac{\pi}{4}) \text{ V}, \\ i(t) &= 20e^{-100t} \text{ A} & \text{ są sygnałami rzeczywistymi} \\ \text{Sygnały } u(t) &= (10 + j20) \text{ V}, & u(t) &= (\cos 10t + j\sin 20t) \text{ A}, \\ i(t) &= 10e^{j5t} \text{ A} & \text{ są sygnałami zespolonymi.} \end{aligned}$$

Ciągłość sygnału

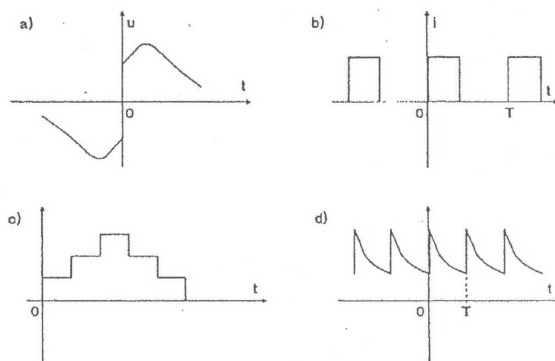
Sygnał elektryczny może być funkcją ciągłą (rys.2.1) lub nieciągłą (rys.2.2).

Okresowość sygnału

Sygnały możemy podzielić na okresowe i nieokresowe. Sygnał $f(t)$ jest okresowy, jeżeli dla dowolnej wartości dodatniej lub ujemnej czasu t zachodzi równość $f(t+T) = f(t)$ (2.1). Okresem sygnału nazywamy najmniejszą z liczb T , dla których zachodzi warunek (2.1). Z sygnałów przedstawionych na rysunku 2.1 i 2.2 okresowymi są sygnały pokazane na rys. 2.1b, 2.1c, 2.1d. Pozostałe sygnały są nieokresowymi.



Rys.2.1 Krzywe odwzorowujące funkcje ciągłe prądu i napięcia.



Rys.2.2 Krzywe odwzorowujące funkcje nieciągłe prądu i napięcia.

Sygnaly: a) $u(t) = \sin 20t + 2\cos(20t + \frac{\pi}{3})$,
 b) $i(t) = e^{j25t}$
 są sygnałami okresowymi.

Okresy przedstawionych sygnałów wynoszą:

a) $T = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$,
 sprawdzamy spełnienie warunku okresowości
 $u(t + \frac{\pi}{10}) = \sin(20t + 2\pi) + 2\cos(20t + \frac{\pi}{3} + 2\pi) =$
 $= \sin 20t + 2\cos(20t + \frac{\pi}{3}) = u(t)$

b) $T = \frac{2\pi}{25}$, $i(t) = e^{j25t} = \cos 25t + j\sin 25t$
 $i(t + \frac{2\pi}{25}) = \cos(25t + 2\pi) + j\sin(25t + 2\pi) = i(t)$

Sygnaly: a) $u(t) = t$,
 b) $u(t) = e^{-10t}$,
 c) $i(t) = \cos h 30t$
 są sygnałami nieokresowymi.

2.2. Wartość średnia sygnałów okresowych.

W zakresie teorii obwodów rozróżniamy dwie wartości średnie: wartość średnią całookresową i wartość średnią półokresową.

2.2.1. Wartość średnia całookresowa

Wartość średnią całookresową sygnału okresowego $f(t)$ o okresie T określamy wzorem:

$$F_{s.c.} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot dt \quad (2.2)$$

Początek granicy całkowania t_0 możemy wybrać dowolnie. Sygnaly okresowe których wartość średnia całookresowa jest równa zero, nazywamy sygnałami przemiennymi.

2.2.2. Wartość średnia półokresowa

Wartość średnia półokresowa obliczona jest tylko dla sygnałów okresowych antysymetrycznych tzn. takich sygnałów, których wartości powtarzają się co pół okresu ale ze zmiennym znakiem. Funkcja antysymetryczna (domyślnie: względem osi odciętych) spełnia warunek $f(t + \frac{T}{2}) = -f(t)$. Wartość średnią półokresową sygnału antysymetrycznego $f(t)$ o okresie T , określamy wzorem:

$$F_{s.p.} = \frac{2}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T/2} f(t) \cdot dt \quad (2.3)$$

Wartość średnia określona wzorem (2.3) zależy w tym przypadku od wyboru początku granicy całkowania t_1 . Jeżeli funkcja antysymetryczna ma dwie symetryczne półokresy: dodatnią i ujemną, to czas t_1 we wzorze powinien stanowić początek dodatniej półokresy sygnału.

Rozpatrzmy funkcję sinusoidalną $f(t) = A \sin(\omega t + \psi)$

Początki dodatnich półokresów funkcji spełniają warunek:

$$\omega t = \psi + 2k\pi \quad (k=1,2,\dots)$$

$$\text{czyli } t = \frac{1}{\omega} (\psi + 2k\pi)$$

Tak więc za początek okresu całkowania możemy przyjąć $t_1 = \frac{\psi}{\omega}$

Obliczamy wartość średnią półokresową prądu sinusoidalnego:

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \psi)$$

$$I_{s.p.} = \frac{2}{T} \cdot \int_{\psi/\omega}^{\psi/\omega+T/2} \hat{I} \sin(\omega t + \psi) \cdot dt =$$

$$= \frac{2}{T} \cdot \frac{\hat{I}}{\omega} \cdot \left[-\cos(\omega t + \psi) \right]_{\psi/\omega}^{\psi/\omega+T/2} = \frac{\hat{I}}{\pi} (-\cos \pi + \cos 0) = 2 \cdot \frac{\hat{I}}{\pi}$$

$$I_{sr} = 2 \frac{I}{\pi} \quad (2.4)$$

2.3. Wartość skuteczna sygnałów okresowych

Wartość skuteczną sygnału $f(t)$ o okresie T określamy wzorem

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t) \cdot dt} \quad (2.5)$$

W przypadku gdy $f(t)$ jest funkcją rzeczywistą wartość skuteczną wynosi:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t) \cdot dt} \quad (2.6)$$

2.3.1. Wartość skuteczna sygnału stałego

Sygnał stały $f(t) = A$ można uważać za sygnał okresowy o dowolnym okresie T . Wartość skuteczną tego sygnału wynosi:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cdot dt} = |A| \quad (2.7)$$

2.3.2. Wartość skuteczna sygnału sinusoidalnego

Ponieważ przy obliczaniu wartości średniej całokresowej początek granicy całkowania można wybrać dowolnie, więc funkcję sinusoidalną przyjmujemy w postaci $f(t) = A \sin(\omega t)$ tzn. $\psi = 0$. Wartość skuteczną takiego sygnału wyniesie:

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = |A| \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cdot dt} = \\ &= \frac{|A|}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \left[t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^T} = \frac{|A|}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Tak więc dla prądu i i napięcia sinusoidalnego $i = \hat{I} \sin \omega t$ oraz $u = \hat{U} \sin \omega t$ wartości skuteczne wynoszą odpowiednio:

$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \quad (2.9)$$

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad (2.10)$$

W odniesieniu do sygnałów okresowych $f(t)$ stosujemy dwa współczynniki charakteryzujące w pewnym stopniu odkształcenie tych sygnałów od funkcji sinusoidalnej: współczynnik amplitudy albo współczynnik szczytu, który jest stosunkiem wartości maksymalnej do wartości skutecznej

$$k_a = \frac{F_m}{F} \quad (2.11)$$

- współczynnik kształtu, który jest stosunkiem wartości skutecznej do wartości średniej półokresowej

$$k_k = \frac{F}{F_{sr}} \quad (2.12)$$

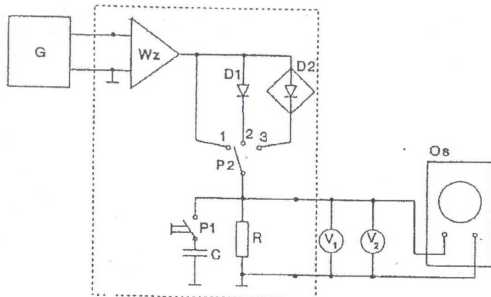
W przypadku sygnału sinusoidalnego współczynniki te wynoszą:

$$k_a = \sqrt{2} = 1,41$$

$$k_k = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$$

2.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

Zestawiamy układ przedstawiony na rysunku 2.3.



Rys.2.3. Układ pomiarowy

Oznaczenia na rysunku:

- G - generator sygnałów,
- Wz - wzmacniacz mocy,
- D1 - dioda prostownicowa umożliwiająca prostowanie półfalowe sygnału,
- D2 - układ Graetza umożliwiający prostowanie całofalowe sygnału,
- R - rezystancja obciążenia,
- P1 - przycisk załączający kondensator,
- P2 - przełącznik rodzaju sygnału,
- C - kondensator,
- V₁ - woltmierz elektromagnetyczny,
- V₂ - woltmierz magnetoelektryczny,
- OS - oscyloskop katodowy.

W celu uruchomienia układu należy:

- a) połączyć gniazdo wyjściowe badanego sygnału z zaciskami wejściowymi wzmacniacza;
- b) ustalić częstotliwość pracy generatora w przedziale 20-200 Hz;
- c) przy badaniu sygnału sinusoidalnego ustawić przełącznik zmiany zakresów napięcia wyjściowego generatora w poz. 0.1 V.
- d) pokrętko regulacji płynnej napięcia wyjściowego generatora ustawić w poz. 0;
- e) włączyć napięcie zasilające oscyloskop i generator oraz napięcie stałe (9V) zasilające wzmacniacz mocy.
- f) pokrętką płynnej regulacji napięcia wyjściowego generatora ustalić możliwie maksymalną amplitudę sygnału tak, aby obserwowany na oscyloskopie przebieg nie był zniekształcony nasyceniem się wzmacniacza (przekroczenie maksymalnego sygnału wejściowego wzmacniacza).










Pomiary i obliczenia.

Układ pomiarowy umożliwia obserwację i pomiar wartości skutecznych i średnich następujących sygnałów:

1. sygnał sinusoidalny (przełącznik P2 w poz. 1),
2. sygnał sinusoidalny wyprostowany półfalowo (przełącznik P2 w poz. 2),
3. sygnał sinusoidalny wyprostowany całofalowo (przełącznik P2 w poz. 3),
4. sygnał stały (sygnał sinusoidalny wyprostowany całofalowo przycisk P1 wciśnięty),
5. sygnał trójkątowy (przełącznik P2 w poz. 1)
6. sygnał trójkątowy wyprostowany półfalowo (przełącznik P2 w poz. 2),
7. sygnał trójkątowy wyprostowany całofalowo (przełącznik P2 w poz. 3),
8. sygnał prostokątny (przełącznik P2 w poz. 1),
9. sygnał prostokątny wyprostowany półfalowo (przełącznik P2 w poz. 2).

W ćwiczeniu należy dla wymienionych sygnałów zmierzyć wartość średnią i skuteczną i obliczyć współczynnik kształtu i szczytu. Wyniki należy porównać z wynikami otrzymanymi analitycznie (U_{\max} odczytujemy z oscyloskopu).

Tablica 2.1

Rodzaj sygnalu	Lp	U_{ek}	U_{gr}	k_a	k_k	U_{max}	$U_{sk\ ovl}$	$U_{gr\ ovl}$	$k_{max\ ovl}$	$k_{k\ ovl}$
	1	V	V	-	-	V	V	V	-	-
	2									
	3									
	4									
	5									
	6									
	7									
	8									
	9									

Ćwiczenie 3

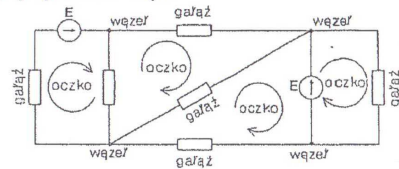
18.03.2011r.

OBWODY PRĄDU STAŁEGO

3.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Obwód tworzą połączone ze sobą elementy aktywne i pasywne. Graficznym odwzorowaniem obwodu jest schemat, w którym elementy przedstawione są za pomocą symboli graficznych oraz podany jest sposób ich połączenia. Gałęzią obwodu nazywamy odcinek obwodu między dwoma węzłami, w którym w danej chwili prąd ma tę samą wartość. Węzłem obwodu nazywamy punkt, w którym łączą się gałęzie obwodu. Gałęzie i węzły tworzą obwód. Gałęzie zawierające źródła energii nazywamy aktywnymi, a gałęzie bez źródeł - pasywnymi. Oczkiem obwodu nazywamy zbiór gałęzi tworzących drogę zamkniętą dla przepływu prądu, mający taką własność że po usunięciu dowolnej gałęzi z tego zbioru pozostałe gałęzie nie tworzą drogi zamkniętej. Obwód nazywamy planarnym, gdy daje się przedstawić na schemacie bez skrzyżowania gałęzi, tzn. gdy wszystkie punkty przecięcia się gałęzi są węzłami.

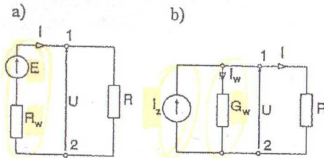
W ćwiczeniu badane są obwody z elementami liniowymi, o parametrach skupionych przy wymuszeniu stałym.



Rys.3.1. Obwód elektryczny o 7 gałęziach, 4 węzłach i 4 oczkach liniowo niezależnych.

3.1.1. Źródła energii elektrycznej

Rzeczywiste źródła energii elektrycznej na schematach przedstawiamy jako idealne źródła napięciowe o sile elektromotorycznej E i szeregowo połączoną rezystancją wewnętrzną R_w , bądź jako idealne źródło prądowe o prądzie I_z i równoległej konduktancji wewnętrznej G_w , rys. 3. 2.



Rys. 3.2. Schematy źródeł energii: a - źródło napięciowe, b - źródło prądowe.

Schematy te są w sensie elektrycznym równoważne. Rzeczywiste źródło napięciowe można zastąpić równoważnym źródłem prądowym i odwrotnie. Dla schematu 3.2.a zgodnie z II prawem Kirchhoffa możemy napisać:

$$E = (R_w + R)I = R_w I + RI \quad (3.1)$$

Uwzględniając, że $RI = U$, mamy

$$E = R_w I + U \quad (3.2)$$

Dzieląc równanie (3.2) mamy

$$\frac{E}{R_w} = I + \frac{U}{R_w} \quad (3.3)$$

lub inaczej

$$I_z = I + I_w$$

gdzie $I_z = \frac{E}{R_w}$ jest prądem zwarcia źródła napięciowego równy prądowi źródła prądowego,

$$I_w = \frac{U}{R_w} = G_w U \quad \text{- prąd wewnętrzny, płynący przez konduktancję}$$

wewnętrzną G_w .

I - prąd odbiornika o rezystancji R .

3.1.2. Moc, dopasowanie odbiornika do źródła

W obwodzie prądu stałego, w którym prąd I oraz napięcie U są wielkościami stałymi w czasie, również moc P jest stała.

$$P = UI \quad (3.5)$$

Moc źródła o napięciu źródłowym E i prądzie I wynosi

$$P_1 = EI \quad (3.6)$$

Moc źródła oddawana do odbiornika

$$P_2 = UI = RI^2 \quad (3.7)$$

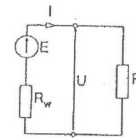
Moc tracona w oporze wewnętrznym źródła

$$\Delta P = P_1 - P_2 = R_w I^2 \quad (3.8)$$

nazywana jest stratą mocy.

Sprawność obwodu

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_1 + \Delta P} = \frac{RI^2}{EI} \quad (3.9)$$



Rys. 3.3. Obwód elektryczny

O sprawności obwodu decydują wartości oporu wewnętrznego i oporu odbiornika.

$$\eta = \frac{R}{R + R_w} \quad (3.10)$$

Poza wysoką sprawnością często istotne jest uzyskanie możliwie największej mocy P_2 . Gdy odbiornik pobiera ze źródła największą moc mówimy, że odbiornik jest dopasowany do źródła

$$P_2 = RI^2 = \frac{RE^2}{(R + R_w)^2} \quad (3.11)$$

osiąga maksimum gdy jej pochodna względem zmiennego opornika R jest równa zero.

$$\frac{dP_2}{dR} = \frac{(R + R_w)^2 - 2R(R + R_w)}{(R + R_w)^4} E^2 = \frac{R_w - R}{(R + R_w)^2} E^2 \quad (3.12)$$

Pochodna $\frac{dP_2}{dR} = 0$ dla $R = R_w$ i wtedy moc P_2 osiąga maksymalną wartość.

Prąd w dopasowanym odbiorniku osiąga wartość:

$$I = \frac{E}{2R_w} \quad (3.13)$$

a sprawność obwodu

$$\eta = \frac{R}{R + R_w} = 0,5 \quad (3.14)$$

jest mała ale w niektórych obwodach elektronicznych małej mocy bardziej istotna jest moc przenoszona niż sprawność.

3.1.3. Prawa Kirchhoffa

Pierwsze prawo Kirchhoffa wynika z zasady niezniszczalności elementarnych ładunków elektryczności (elektronów), oraz z nieściśliwości tzw. "gazu elektronowego" tzn. suma ładunków elektrycznych dopływających podczas

przepływu stałego prądu elektrycznego w dowolnym czasie do któregośkolwiek przekroju przewodu, równa jest sumie ładunków od tego przekroju odpływających. W obwodach tym rozpatrywanym przekrojem jest węzeł obwodu. Pierwsze prawo Kirchhoffa w brzmieniu najogólniejszym:

"suma wartości chwilowych prądów wpływających do węzła oraz wypływających z węzła równa się zero."

$$\sum I_\alpha = 0 \quad (3.15)$$

Przy czym zakładamy, że prądy dopływające mają przeciwne znaki niż odpływające.

Drugie prawo Kirchhoffa dotyczy bilansu napięć w oczku obwodu elektrycznego. Brzmi ono:

"W dowolnym oczku obwodu elektrycznego suma napięć źródłowych równa się sumie spadków napięć"

$$\sum E_\alpha = \sum IR \quad (3.16)$$

Z prawa tego wynika, że wartość napięcia pomiędzy dwoma dowolnymi punktami obwodu nie zależy od obranej drogi, ani kierunku przyjętego do obliczania. Przy rozwiązywaniu obwodów elektrycznych często posługujemy się metodą prądów oczkowych opierając się o podane wyżej prawa Kirchhoffa. Przy rozwiązywaniu obwodów elektrycznych wg. tej metody przyjmuje się, że w każdym oczku płynie w dowolnie obranym kierunku umyślony prąd, który nazywamy prądem oczkowym. Na schemacie oznaczamy w gałęziach te prądy, które mamy określić mając na uwadze, że z pierwszego prawa Kirchhoffa możemy dla obwodu mającego n węzłów ułożyć $(n-1)$ równań, a następnie dla wszystkich oczek występujących w obwodzie możemy ułożyć równania napięć w oparciu o drugie prawo Kirchhoffa. Przy układaniu równań przyjmujemy kierunek SEM za dodatni, jeżeli jest on zgodny z obranym kierunkiem obiegu. Podobnie spadek napięcia na danej rezystywności oczka uważamy za dodatni jeśli założony pierwotny kierunek prądu jest zgodny z przyjętym kierunkiem obiegu. Inną z metod obliczania obwodów elektrycznych jest metoda potencjałów węzłowych. W metodzie tej przyjmuje się potencjał jednego z węzłów za potencjał odniesienia i względem niego określa się potencjały innych węzłów. Następnie po obliczeniu napięć pomiędzy poszczególnymi węzłami, można określić wartość natężenia prądu w poszczególnych gałęziach każdego oczka.

3.1.4. Zasada superpozycji

Przy rozwiązywaniu obwodów elektrycznych stosuje się często zasadę superpozycji, polegającą na wyznaczaniu prądów w obwodzie wywołanych przez poszczególne źródła energii, działające pojedynczo w obwodzie. Prąd w dowolnej gałęzi obwodu przy działaniu wszystkich źródeł energii jest sumą algebraiczną wszystkich prądów, spowodowanych działaniem każdego źródła energii z osobna. Przy stosowaniu metody superpozycji pozostawiamy w obwodzie tylko pierwsze źródło energii, a zwieramy siły elektromotoryczne wszystkich pozostałych źródeł, zostawiając jednak ich rezystywności wewnętrzne. Wówczas obliczamy prądy I spowodowane działaniem pierwszego źródła energii. Następnie obliczamy prądy I spowodowane działaniem drugiego źródła energii, zwierając przy tym siły elektromotoryczne pozostałych źródeł. Gdy obwód zawiera n źródeł energii, wówczas postępujemy w ten sposób n razy, obliczając kolejno prądy $I^{(1)}$, $I^{(2)}$, $I^{(3)}$, ..., $I^{(n)}$ spowodowane działaniem każdego źródła z osobna. Prąd I w dowolnej gałęzi przy działaniu wszystkich źródeł energii jest sumą algebraiczną prądów $I^{(1)}$, $I^{(2)}$, $I^{(3)}$, ..., $I^{(n)}$. Przy dodawaniu tych prądów należy uwzględnić ich zwroty w rozpatrywanej gałęzi obwodu.

3.1.5. Twierdzenie Thevenina

Twierdzenie Thevenina dotyczy sposobu zastąpienia złożonego obwodu elektrycznego jedną gałęzią liniową aktywną, o jednym źródle energii (napięcia) z elementami pasywnymi, zakończoną wyprowadzonymi na zewnątrz zaciskami. Brzmi ono:

"Dowolny aktywny obwód liniowy można od strony wybranych zacisków ab zastąpić obwodem równoważnym - złożonym z szeregowo połączonego jednego źródła napięcia równego napięciu pomiędzy zaciskami ab w stanie jałowym oraz jednej rezystancji równej rezystancji zastępczej obwodu pasywnego, widzianego od strony zacisków ab.

3.1.6. Zasada wzajemności

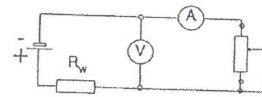
"Jeżeli siła elektromotoryczna działająca w gałęzi k obwodu odwracalnego wywołuje prąd I w gałęzi l, to ta siła elektromotoryczna przeniesiona do gałęzi l wywoła taki sam prąd w gałęzi k".

Powyzsza zasada dotyczy obwodów posiadających tylko jedno źródło energii.

3.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

3.2.1. Badanie źródeł napięcia

Połączyc układ jak na rys. 3.4.



Rys. 3.4. Układ do wyznaczania charakterystyki zewnętrznej źródła.

Wyznaczyć charakterystyki $U = f(I)$ dla pojedynczego źródła oraz dla obwodu złożonego ze źródeł (ogniw) połączonych szeregowo i równolegle. Charakterystyki należy przedstawić na wspólnym wykresie. Wyznaczyć moc źródła, moc odbiornika oraz sprawność obwodu. Wyniki zanotować w tabelicy 3.1.

Tabela 3.1.

Lp.	Pomiary		Obliczenia					$\eta = \frac{P_2}{P_1}$
	U V	I A	R_2 Ω	R_w Ω	E V	P_2 W	P_1 W	
1								
.								
.								
.								
7								

Na podstawie pomiarów wykonać wykresy $u = f(R_2)$, $P_2 = f(R_2)$, $i = f(R_2)$, $\eta = f(R_2)$, wyznaczyć P_{2max} .

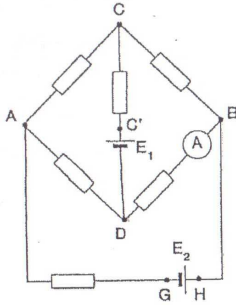
3.2.2. Sprawdzanie II prawa Kirchhoffa

a. Zmontować schemat połączeń według rys.3.5.

b. Dla dwóch dowolnie wybranych różnych obwodów zamkniętych jakie można wyróżnić w zmontowanym układzie sprawdzić słuszność II prawa Kirchhoffa (ważne są przy tym zwroty mierzonych napięć). Wyniki wstawić w

tablicy 3.2.

c. Na podstawie dokonanych pomiarów w dowolnej podziale sporządzić wykresy potencjałów dla odvodu A C C' D B H G A.



Rys.3.5. Schemat połączeń do sprawdzenia praw Kirchhoffa

Tablica 3.2

Obwód	Napięcia na elementach					Suma napięć

3.2.3. Zasada superpozycji

Przeprowadzić następujące pomiary, zapisując wartości prądów wskazywanych przez amperomierz:

- układ połączeń taki jak na rys. 3.4. - prąd I (od źródeł E_1, E_2).
- odłączyć źródło E_2 i zewrzeć zaciski G,H - prąd I' od źródła E_1 .
- odłączyć źródło E_1 i zewrzeć zaciski C',D - prąd I'' od źródła E_2 .
- na podstawie zapisów w tablicy 3.3. sformułować zasadę superpozycji.

Tablica 3.3

Lp.	I	I'	I''	I'+I''
	[A]	[A]	[A]	[A]

3.2.4. Sprawdzenie twierdzenia Thevenina

Twierdzenie Thevenina sprawdzamy w oparciu o układ z rys.3.4 wykonując następujące pomiary:

- Do zacisków BD dołączamy dodatkowo woltmierz zapisując w tablicy 3.4 odczytane wartości U_{BD} i prądu I w gałęzi BD. Następnie na ich podstawie obliczamy rezystancję R_{BD} .

Tablica 3.4

I	U_{nn}	R_{nn}	U_{onn}	I_z	R	R'	I_{obl}	I_{obl}'
[A]	[V]	[Ω]	[V]	[A]	[Ω]	[Ω]	[A]	[A]

- z gałęzi BD usuwamy opornik (przerwa gałęzi BD) i mierzymy napięcie gdy przez gałąź BD nie płynie żaden prąd - U_{OBD} .
- zawierając punkty BD obwodu pomijalnie małą rezystywnością amperomierza mierzymy prąd zwarcia I_z .
- obliczamy rezystywność całego obwodu widzianą z punktów BD:

$$R = \frac{U_{OBD}}{I_z} \quad (3.17)$$

Rezystywność obwodu widzianą z punktów BD należy również zmierzyć omomierzem (mostkiem) po odłączeniu wszystkich źródeł w obwodzie z rys.3.4, a następnie zwarcie punktów do których były podłączone źródła (C-D i G-H). Wynik pomiaru: R' winien być zapisany w tablicy 3.4.

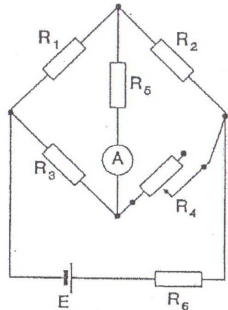
e. Prąd w gałęzi BD obliczamy z zależności:

$$I_{obl} = \frac{U_{obl}}{R_{BD} + R} \quad \text{lub} \quad I'_{obl} = \frac{U_{OBD}}{R_{BD} + R'} \quad (3.18)$$

Porównujemy prądy: zmierzony I , oraz obliczone I_{obl} i I'_{obl} wyjaśniając różnice jakie pomiędzy wartościami tych prądów mogą zaistnieć.

f. Sformułować twierdzenie Thevenina.

3.2.5. Zasada wzajemności



Rys.3.6. Schemat połączeń do sprawdzenia zasady wzajemności

Schemat połączeń rys.3.6.

- Mostek zmontowany w oparciu o rys.3.6 doprowadzamy do stanu równowagi regulując R_4 (prąd $I=0$).
- Zamienić miejscami amperomierz i ogniwo i odczytać wskazania amperomierza I .
- Zmienić wartość R_4 tak aby popłynął prąd o wartości $I \neq 0$.
- Zamienić miejscami ogniwo i amperomierz. Odczytać wartość płynącego prądu I'' .

Wyniki zapisywać w tablicy 3.5.

- Sformułować zasadę wzajemności.

Tablica 3.5.

I'_5	I''_5	I'_6	I''_6
[A]	[A]	[A]	[A]

Ćwiczenie 4

OBWODY NIELINIOWE PRĄDU STAŁEGO

4.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

W obwodach elektrycznych spotykamy elementy, których charakterystyki napięciowo-prądowe znacznie odbiegają od linii prostych, tzn. ich rezystancja nie jest stała, lecz zależy od wartości przepływającego przez nie prądu a czasem również i od zwrotu prądu i napięcia. Takie elementy nazywamy nieliniowymi a obwód, który zawiera przynajmniej jeden element nieliniowy - obwodem nieliniowym.

Przykładem elementów nieliniowych może być lampa jarzeniowa (neonówka), bareter, czy warystor. Charakterystyki prądowo-napięciowe elementów nieliniowych podawane są zwykle w postaci wykresów (charakterystyk) i dlatego rozwiązywanie obwodów nieliniowych odbywa się z reguły metodami graficznymi. Dla elementów nieliniowych wprowadza się dwa pojęcia rezystancji: statyczną i dynamiczną.

4.1.1. Rezystancja statyczna

Rezystancją statyczną R_s elementu nieliniowego w punkcie A charakterystyki napięciowo-prądowej nazywamy iloraz napięcia $U_{(A)}$ przez prąd $I_{(A)}$ w tym punkcie charakterystyki czyli

$$R_s = \frac{U_{(A)}}{I_{(A)}} \quad (4.1)$$

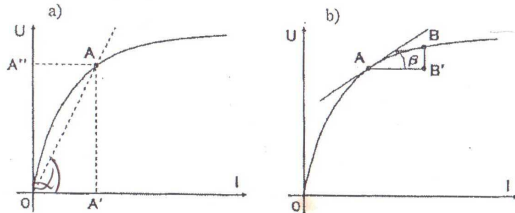
Jeżeli skale napięć i prądów charakterystyki prądowo-napięciowej oznaczymy odpowiednio przez m_u i m_i , które podawać będą liczbę woltów

i amperów na jednostkę długości na wykresie, to na podstawie rysunku 4.1.a. możemy napisać:

$$\begin{aligned} U &= m_u \cdot OA'' \\ I &= m_i \cdot OA' \\ R_s &= \frac{m_u}{m_i} \cdot \frac{OA''}{OA'} = m_r \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie: m_r - skala rezystancji.

Rezystancja statyczna jest proporcjonalna do tangensa kąta α jaki tworzy z osią OI prosta łącząca punkt A charakterystyki prądowo-napięciowej z początkiem układu współrzędnych.



Rys.4.1. Interpretacja graficzna rezystancji statycznej (a) i rezystancji dynamicznej (b).

4.1.2. Rezystancja dynamiczna

Rezystancją dynamiczną R_d elementu w punkcie A charakterystyki prądowo-napięciowej nazywamy wartość pochodnej napięcia U względem prądu I w rozpatrywanym punkcie czyli

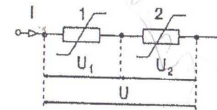
$$R_d = \frac{dU_{(A)}}{dI_{(A)}} \quad (4.3)$$

Korzystając z interpretacji graficznej (rys.4.1.b) można zapisać

$$R_d = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{m_u}{m_i} \cdot \frac{BB'}{AB'} = m_r \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (4.4)$$

Rezystancja dynamiczna R_d jest proporcjonalna do tangensa kąta β jaki tworzy z osią OI styczna prowadzona w punkcie A do charakterystyki prądowo-napięciowej.

4.1.3. Szeregowe połączenie elementów nieliniowych

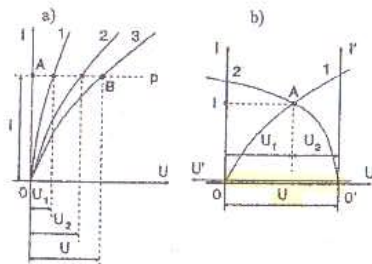


Rys.4.2. Szeregowe połączenie dwóch elementów nieliniowych.

Znając charakterystyki prądowo-napięciowe elementów wchodzących w skład połączenia szeregowego możemy dla niego zbudować charakterystykę łączną. Aby wyznaczyć punkt charakterystyki łącznej, rysujemy przez punkt A odpowiadający prądowi I prostą równoległą p do osi OU (rys.4.3.a). Punkty przecięcia prostej p z charakterystykami prądowo-napięciowymi 1,2 elementów 1,2 wyznaczają napięcia U_1 , U_2 na tych elementach przy przepływie prądu I. Odkładając na prostej p (rys.4.3.a) odcinek $AB=U_1+U_2$ otrzymujemy punkt charakterystyki łącznej w którym

$$U = U_1 + U_2 \quad (4.5)$$

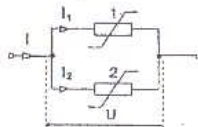
Wyznaczając w wyżej opisany sposób szereg punktów możemy wykreślić całą charakterystykę łączną. Na podstawie łącznej charakterystyki prądowo-napięciowej połączenia szeregowego możemy od razu odczytać prąd I w połączeniu, jeśli znamy napięcie U na jego zaciskach. Metodę charakterystyki łącznej można stosować również przy większej liczbie szeregowo połączonych elementów nieliniowych, jak również przy elementach liniowych połączonych z nieliniowymi.



Rys.4.3. Metoda charakterystyki łącznej (a), metoda przecięcia charakterystyk (b).

Jeżeli połączenie składa się tylko z dwóch szeregowo połączonych elementów nieliniowych i dane jest napięcie na zaciskach tego połączenia, to prąd I w połączeniu oraz napięcia U_1 i U_2 na poszczególnych elementach można wyznaczyć tzw. metodą przecięcia charakterystyk (rys.4.3b). W układzie współrzędnych UI rysujemy charakterystykę prądowo-napięciową elementu 1. Wzdłuż osi OU odkładamy odcinek OO' odpowiadający podanemu napięciu U . Punkt O' przyjmujemy jako początek układu współrzędnych $U'I'$, przy czym oś $O'I'$ tego układu rysujemy równoległą do osi OI , a oś $O'U'$ kierujemy w stronę przeciwną względem osi OU . W układzie współrzędnych $U'I'$ rysujemy charakterystykę prądowo-napięciową elementu 2. Przecięcie obu charakterystyk wyznacza prąd w połączeniu oraz napięcia U_1 i U_2 na poszczególnych elementach. Metodą przecięcia charakterystyk możemy wyznaczyć prąd tylko dla jednego zadanego napięcia, podczas gdy metodą charakterystyki łącznej otrzymamy prądy dla pełnego zakresu napięcia.

4.1.4. Równoległe połączenie elementów nieliniowych

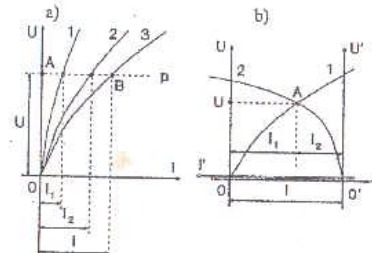


Rys.4.4. Równoległe połączenie dwóch elementów nieliniowych.

W połączeniu równoległym (rys.4.4) napięcie U na wszystkich elementach jest jednakowe a prąd I jest sumą prądów poszczególnych elementów

$$I = I_1 + I_2 \quad (4.6)$$

Prąd ten można wyznaczyć metodą charakterystyki łącznej (rys.4.5.a). Na osi OU odkładamy odcinek $OA=U$ i przez punkt A prowadzimy prostą równoległą do osi OI . Punkty przecięcia prostej p z charakterystykami elementów 1,2 wyznaczają prądy I_1 , I_2 płynące w gałęziach przy napięciu U . Odłożając na prostej p odcinek $AB=I_1+I_2$ wyznaczamy punkt B charakterystyki łącznej. Powtarzając powyższą konstrukcję dla szeregu wartości napięć wyznaczamy całą charakterystykę łączną. Na podstawie charakterystyki łącznej możemy odczytać prąd całkowity połączenia równoległego dla zadanego napięcia, bądź też wyznaczyć wymagane napięcie dla zadanej wartości prądu całkowitego. Metodą charakterystyki łącznej można stosować również dla większej liczby elementów nieliniowych.

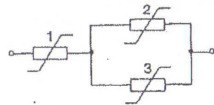


Rys.4.5. a-metoda charakterystyki łącznej dla połączenia równoległego, b-metoda przecięcia charakterystyk dla połączenia równoległego.

W przypadku dwóch elementów nieliniowych (lub jednego nieliniowego a drugiego liniowego) połączonych równoległe, można powyższe zagadnienie rozwiązać metodą przecięcia charakterystyk (rys.4.5.b). W układzie współrzędnych I,U rysujemy charakterystykę prądowo-napięciową elementu 1. Na osi OI odkładamy odcinek $OO'=I$, a następnie w układzie współrzędnych $I'U'$ rysujemy charakterystykę prądowo-napięciową elementu 2. Punkt przecięcia się

charakterystyk daje rozwiązanie zagadnienia: napięcie U i rozdział prądu I na I_1 i I_2 .

W przypadku połączenia szeregowo-równoległego (rys.4.6) posługujemy się metodą charakterystyki łącznej. Znajdujemy najpierw charakterystykę łączną połączenia równoległego elementu 2 i 3, a następnie wykorzystując znaną charakterystykę oraz charakterystykę elementu 1 wyznaczamy charakterystykę prądowo-napięciową całego połączenia.



Rys.4.6. Połączenie szeregowo-równoległe elementów nieliniowych.

4.1.5. Aproksymacja charakterystyk prądowo-napięciowych

Zastąpienie charakterystyki wyznaczonej w drodze pomiarowej i przedstawionej graficznie przez równanie analityczne nazywamy aproksymacją. Aproksymacja pozwala rozwiązywać obwody nieliniowe analitycznie, bez uciekania się do konstrukcji graficznych. W obwodach nieliniowych stosuje się najczęściej aproksymację wielomianową typu

$$I = a \cdot U + b \cdot U^2 + c \cdot U^3 + \dots \quad (4.7)$$

przy czym często wykorzystuje się tylko jeden wyraz, niekoniecznie pierwszy. W przypadku elementów użytych w ćwiczeniu możemy zastosować funkcję aproksymującą o postaci

$$I = b \cdot U^d \quad (4.8)$$

4.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

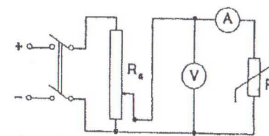
Pomiary przeprowadzamy dla szeregowego i równoległego połączenia dwóch elementów nieliniowych.

4.2.1. Wyznaczanie charakterystyki elementów nieliniowych

Połączyć obwód jak na rys.4.7 i dla każdego z elementów pomierzyć punkty charakterystyki $U=f(I)$. Wyniki zanotować w tabelcy 4.1. Narysować obie

konstrukcje pan 15-16
at 11-12

charakterystyki na wspólnym wykresie. Następnie należy z charakterystyk obu elementów zbudować charakterystyki łączne: $U=U_1+U_2=f(I)$ dla ich połączenia szeregowego oraz $I=I_1+I_2=f(U)$ dla połączenia równoległego.

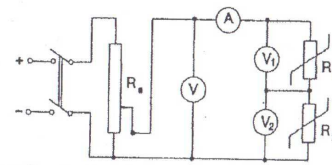


Rys.4.7. Układ do pomiaru charakterystyki pojedynczego elementu nieliniowego.

Tablica.4.1

Lp.	Element 1		Element 2		Połączenie szeregowo 1+2		Połączenie równoległe 1+2	
	U	I	U	I	U	I	U	I
	V	A	V	A	V	A	V	A
1								
2								
.								
.								

4.2.2. Pomiar charakterystyki połączenia szeregowego dwóch elementów nieliniowych



Rys.4.8. Układ pomiarowy dla połączenia szeregowego.

Połączyć obwód jak na rys.4.8. Wyznaczyć charakterystykę łączną doświadczalnie, tzn. wykonać pomiary $U=f(I)$ dla połączenia szeregowego obydwu elementów. Wyniki zanotować w tabelcy 4.2 i następnie nanieść na wykres.

Tablica 4.2

Lp.	U	I
	V	A
1		
2		
3		

Tablica 4.3

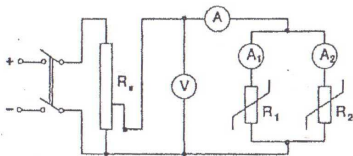
Metoda	I	U ₁	U ₂
	A	V	V
a.			
b.			
c.			

Dla wybranej wartości napięcia zasilającego U pomierzyć prąd I oraz napięcia U₁ i U₂ na obu elementach nieliniowych. W tablicy 4.3 zestawić wyniki dla wybranej wartości napięcia otrzymane w następujący sposób:

- na podstawie wykresu charakterystyki łącznej i charakterystyk poszczególnych elementów,
- na podstawie pomiaru,
- metodą przecięcia charakterystyk.

Oceń zgodność pomiarów z charakterystykami wyznaczonymi graficznie w punkcie 4.2.1.

4.2.3. Pomiar charakterystyki połączenia równoległego dwóch elementów nieliniowych



Rys.4.9. Układ pomiarowy dla połączenia równoległego.

Połączyć obwód jak na rys.4.9 i pomierzyć charakterystykę $I=I_1+I_2=f(U)$ dla połączenia równoległego dwóch elementów nieliniowych, notując wyniki w tablicy 4.4. Na podstawie uzyskanych wyników narysować charakterystykę $I=f(U)$.

Dla zadanej wartości prądu I należy wyznaczyć wartości prądów I₁ i I₂ w obydwu gałęziach. W tablicy 4.5 zestawić wyniki dla zadanej wartości prądu otrzymane w następujący sposób:

- na podstawie wykresu charakterystyki łącznej i charakterystyk poszczególnych elementów,
- na podstawie pomiaru,
- metodą przecięcia charakterystyk.

Oceń zgodność pomiarów z charakterystykami wyznaczonymi graficznie w punkcie 4.2.1.

Tablica 4.4

Lp.	I	U
	A	V
1		
2		
3		

Tablica 4.5

Metoda	U	I ₁	I ₂
	V	A	A
a.			
b.			
c.			

4.2.4. Rezystancja statyczna i dynamiczna

Dla poszczególnych elementów wyznaczyć zakresy zmienności rezystancji statycznej i dynamicznej.

4.2.5. Aproksymacja charakterystyk doświadczalnych

Znaleźć równanie aproksymujące charakterystyki $I=f(U)$ elementów użytych w ćwiczeniach. Zastosować w tym celu funkcję aproksymującą o postaci

$$I = b \cdot U^d \quad (4.8)$$

Równanie to po zlogarytmowaniu przybiera postać

$$\log I = \log b + d \cdot \log U \quad (4.9)$$

Dla kilku punktów wykreślonej z pomiarów charakterystyki $I=f(U)$ obliczamy wartości logarytmów I oraz U i zestawiamy je w tablicy 4.6. Zależność $\log I=f(\log U)$ jest w przybliżeniu linią prostą.

Wykreślając tę zależność i przedłużając linie do przecięcia z osią rzędnych ($\log I$) znajdujemy wartość $\log b$, a następnie obliczamy wartość b . Wartość d jest równa współczynnikowi kierunkowemu prostej $\log I = f(\log U)$.

Tablica 4.6

Lp.	U	$\log U$	I	$\log I$
	V	---	A	---
1				
2				

Ćwiczenie 5

OBWODY MAGNETYCZNE

5.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Pole magnetyczne traktujemy jako stan przestrzeni, w której występuje działanie siły na poruszające się ładunki. Aby badać właściwości pola magnetycznego, możemy w każdym punkcie środowiska i dla dowolnej chwili przyporządkować polu magnetycznemu dwa wektory: wektor indukcji magnetycznej B oraz wektor natężenia pola magnetycznego H . Wektory te są powiązane zależnością:

$$B = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H \quad (5.1)$$

gdzie: μ - przenikalność magnetyczna bezwzględna w H/m,
 μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni równa $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$,
 μ_r - przenikalność magnetyczna względna określająca ile razy przenikalność danego środowiska jest większa od przenikalności próżni.

Jednostką indukcji magnetycznej jest tesla (T), a jednostką natężenia pola magnetycznego amper na metr (A/m).

Strumień indukcji magnetycznej B przez powierzchnię S , czyli całka:

$$\Phi = \int_S B \cdot dS \quad (5.2)$$

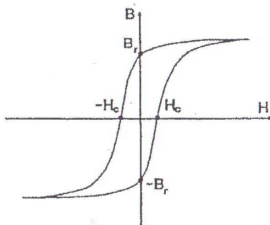
nazywa się strumieniem magnetycznym. Jednostką strumienia jest weber ($1 \text{Wb} = 1 \text{V} \cdot \text{s}$).

Jeżeli wektor indukcji jest jednakowy we wszystkich punktach powierzchni S, to:

$$\Phi = B \cdot S \quad (5.3)$$

Linie wektora indukcji magnetycznej są krzywymi zamkniętymi. Jako zwrot dodatni linii wektora indukcji przyjmujemy kierunek zgodny z ustawieniem się północnego bieguna magnesu wprowadzonego do pola magnetycznego. Linii pola nie przypisujemy charakteru fizycznego, jedynie matematyczny.

Dla materiałów magnetycznych zależność $B=f(H)$ określona wzorem (5.1) jest nieliniowa i opisana tzw. pętlą histerezy (rys.5.1). Pętla histerezy jest praktycznie krzywą symetryczną.



Rys.5.1. Pętla histerezy.

Jeżeli natężenie pola magnetycznego w trakcie cyklicznych zmian przyjmuje wartości równe zero, to indukcja magnetyczna przyjmuje wartości różne od zera, dodatnie lub ujemne, zwane indukcją pozostałości magnetycznej lub indukcją remanencji B_r . Wartości natężenia pola magnetycznego, przy której indukcja magnetyczna jest równa zero, nazywamy natężeniem powściąągającym lub natężeniem koercji H_c . Różnym wartościom maksymalnego natężenia pola w próbce przy cyklicznym przemagnesowywaniu odpowiada grupa pętli histerezy. Krzywa poprowadzona przez wierzchołki pętli jest zwana podstawową charakterystyką magnesowania. Krzywa ta różni się tylko nieznacznie od tzw. pierwotnej charakterystyki magnesowania, wyznaczonej dla próbki uprzednio nienamagnesowanej. Charakterystyki wyznaczone w polu stałym noszą nazwę statycznych, zaś wyznaczone w polu zmiennym - dynamicznych. W procesie przemagnesowywania materiału magnetycznego polem zmiennym, zmiany stanu

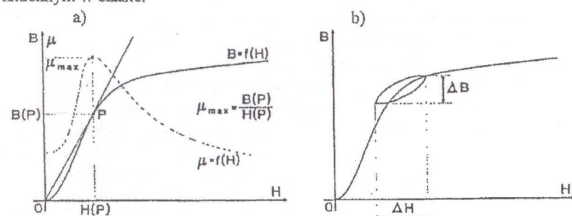
magnetycznego zachodzą zgodnie z dynamiczną pętlą histerezy przy czym część energii pola, określona powierzchnią pętli, przekształca się w ciepło. Moc odpowiadającą przekształconej w ciepło energii pola nazywamy stratami w żelazie. Obszar dynamicznej pętli histerezy zależy nie tylko od histerezy statycznej (straty histerezowe), ale i od prądów wirowych (straty wiropądowe). Pole objęte pętlą wzrasta przy powiększaniu częstotliwości, zależy również od właściwości materiału. Ciała magnetycznie twarde mają szeroką pętlę histerezy, tzn. posiadają dużą koercję ($H_c=5 \cdot 10^3+6 \cdot 10^5 \text{ A/m}$), natomiast ciała magnetycznie miękkie mają wąską pętlę histerezy (H_c do około 100 A/m). Na ogół ciała miękkie magnetycznie są łatwiej magnesowalne, a indukcja w stanie nasycenia jest większa dla tych ciał niż dla ciał twardych magnetycznie. Gdy pętla histerezy jest dostatecznie wąska, w obliczeniach można posługiwać się jedynie krzywą magnesowania.

Z nieliniowością i wieloznacznością charakterystyk $B=f(H)$ wiąże się kilka pojęć przenikalności magnetycznej.

1. Przenikalność magnetyczna statyczna jest to stosunek indukcji B do natężenia pola magnetycznego H w dowolnym punkcie pierwotnej krzywej magnesowania ($\mu=B/H$). Wykres $\mu=f(H)$ przedstawiono na rys.5.2. Przenikalność magnetyczna statyczna osiąga największą wartość przy natężeniu pola H wyznaczonym przez punkt, w którym styczna do krzywej magnesowania poprowadzona z początku układu współrzędnych styka się z tą krzywą.
2. Przenikalność magnetyczna dynamiczna jest to przenikalność, którą wyznacza współczynnik kierunkowy stycznej w danym punkcie aktualnej krzywej magnesowania, np. pętli histerezy ($\mu_{\text{dyn}}=dB/dH$).
3. Przenikalność magnetyczna przyrostowa jest to stosunek powtarzających się przyrostów ΔB do wywołujących je przyrostów ΔH ($\mu_{\Delta}=\Delta B/\Delta H$). Przenikalność μ_{Δ} ma znaczenie w pracy takich urządzeń jak wzmacniacze magnetyczne i niektóre mnożniki częstotliwości, w których oprócz składowej okresowo zmiennej występuje składowa stała w przebiegach strumienia.

Obwodem magnetycznym nazywamy zespół elementów, w których skoncentrowany jest strumień magnetyczny powstający wskutek działania źródła pola magnetycznego. W zależności od ukształtowania obwodów magnetycznych rozróżnia się obwody magnetyczne rozgałęzione i nierozgałęzione. Jeżeli obwód wykonany jest z jednego materiału, to taki obwód nazywamy jednorodnym. Jeżeli obwód tworzą materiały o różnych właściwościach magnetycznych, to obwód nazywamy niejednorodnym. Zależnie od rodzaju prądu płynącego w uzwojeniach

wytwarzających pole magnetyczne rozróżniamy obwody o strumieniu stałym i zmiennym w czasie.



Rys.5.2. Objaśnienia pojęć: przenikalności magnetycznej statycznej (a) i przenikalności magnetycznej przyrostowej (b).

a) zależność indukcji magnetycznej B oraz przenikalności magnetycznej statycznej μ od natężenia pola magnetycznego dla pewnego ferromagnetyka (bez uwzględniania pętli histerezy),

b) pętla cząstkowego przemagnesowania przy występowaniu składowej stałej w przebiegu strumienia, przyrost ΔH i odpowiadający mu przyrost ΔB .

Jednym z podstawowych praw stosowanych w teorii obwodów magnetycznych jest prawo przepływu:

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_p I_p \quad (5.4)$$

gdzie: p - liczba przewodów z prądem objętych krzywą l.

Cyrkulacja wektora natężenia pola magnetycznego wzdłuż drogi zamkniętej równa się sile magnetomotorycznej (smm, F_m) i jest równa przepływowi $\Theta = I \cdot z$. W obliczeniach praktycznych często całka we wzorze (5.4) jest zastępowana sumą iloczynów $H_k \cdot l_k$, czyli napięć magnetycznych $U_{\mu k}$, dla poszczególnych odcinków obwodu wzdłuż których natężenie pola H_k i przenikalność magnetyczna μ_k pozostają niezmiennie:

$$\sum_{k=1}^n H_k \cdot l_k = F_m = \Theta \quad (5.5)$$

Każdemu elementowi obwodu magnetycznego możemy przyporządkować wielkość zwaną reluktancją:

$$R_{\mu k} = \frac{l_k}{\mu_k \cdot S_k} \quad (5.6)$$

gdzie:

l_k - długość linii pola w k-tym odcinku obwodu,

S_k - przekrój obwodu magnetycznego,

μ_k - przenikalność magnetyczna rozpatrywanego elementu obwodu.

jej odwrotność zwaną jest przewodnością magnetyczną lub permeancją:

$$\Lambda_k = R_{\mu k}^{-1} \quad (5.7)$$

Jednostką reluktancji jest odwrotność henra (1/H), a permeancji henr (1H).

W szeregowym obwodzie magnetycznym z zasady ciągłości strumienia wynika, że dla każdego k-tego odcinka:

$$\Phi = B_k \cdot S_k = \mu_k \cdot H_k \cdot S_k \quad (5.8)$$

zatem:

$$\sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\mu_k \cdot S_k} \cdot \Phi = \Theta \quad (5.9)$$

stąd:

$$\Phi = \frac{\Theta}{\sum_{k=1}^n R_{\mu k}} \quad (5.10)$$

Zależność (5.10) przedstawia prawo Ohma dla obwodu magnetycznego.

Przy obliczaniu obwodów magnetycznych rozgałęzionych stosuje się I i II prawo Kirchhoffa. Pierwsze prawo Kirchhoffa dotyczy bilansu strumieni w

węźle. Suma algebraiczna strumieni w węźle obwodu magnetycznego równa jest zero:

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = 0 \quad (5.11)$$

Drugie prawo Kirchhoffa określa bilans napięć magnetycznych w oczku obwodu. Suma algebraiczna napięć magnetycznych w zamkniętym obwodzie magnetycznym równa się sumie sił magnetomotorycznych (amperozwojów) działających w tym obwodzie:

$$\sum_{k=1}^m U_{\mu k} = \sum_{k=1}^m \Theta \quad (5.12)$$

Należy pamiętać, że tak sformułowane prawa Kirchhoffa dotyczą obwodów o strumieniu niezmiennym w czasie (stacjonarnym), jakkolwiek mogą być wykorzystane do obliczania obwodów przy wymuszeniu zmiennym w czasie jeżeli można założyć, że siły magnetomotoryczne i napięcia magnetyczne w poszczególnych odcinkach obwodu mają jednakowe fazy początkowe.

5.2. DEMONSTRACJE

5.2.1. Wyznaczenie obrazu pola magnetycznego za pomocą opiółków stalowych dla następujących przypadków:

- przewód prostoliniowy z prądem,
- układ dwóch równoległych przewodów przy zgodnych i przeciwnych zwrotach prądów.

5.2.2. Stwierdzenie występowania oddziaływania elektrodynamicznego między dwoma równoległymi przewodami prostoliniowymi z prądami o zgodnych i przeciwnych zwrotach

5.2.3. Wyznaczanie dynamicznej charakterystyki magnesowania

Wprowadzenie

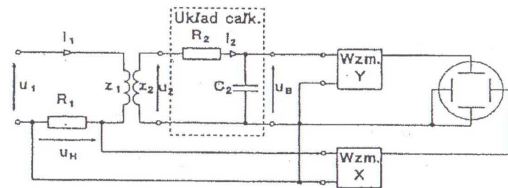
Metoda oscylograficzna jest najprostszą z metod wyznaczania dynamicznej pętli histerezy. Obraz pętli jest wykreślany w postaci ciągłej krzywej

bezpośrednio na ekranie oscyloskopu. Schemat układu pomiarowego do jej wyznaczania przedstawiono na rys.5.2. Zasada pomiaru jest następująca: do płytek odchylenia poziomego lampy oscyloskopowej przyłączamy napięcie proporcjonalne do chwilowej wartości natężenia pola magnetycznego, które jest wywołane przez prąd magnesujący na oporniku połączonym w szereg z uzwojeniem magnesującym. Natomiast do płytek odchylenia pionowego przyłączamy napięcie proporcjonalne do chwilowej wartości indukcji w rdzeniu. Znając odpowiednie współczynniki proporcjonalności określone parametrami układu, współrzędne geometryczne wybranych punktów obrazu pętli można przeliczyć na wartości indukcji i natężenia pola magnetycznego.

Chwilową wartość natężenia pola magnetycznego w rdzeniu można określić przez prąd i_1 płynący w uzwojeniu pierwotnym o liczbie zwojów z_1 :

$$H(t) = i_1 \cdot \frac{z_1}{l_{sr}} \quad (5.13)$$

gdzie: l_{sr} - średnia długość drogi strumienia magnetycznego.



Rys.5.3. Schemat układu do oscylografowania pętli histerezy.

Spadek napięcia na niewielkim rezystorze R_1 połączonym szeregowo z uzwojeniem magnesującym jest proporcjonalny do natężenia pola magnetycznego:

$$u_H = R_1 \cdot i_1 \quad (5.14)$$

zatem:

$$H(t) = \frac{z_1 \cdot u_H}{l_{sr} \cdot R_1} \quad (5.15)$$

W uzwojeniu wtórnym o liczbie zwojów z_2 indukuje się napięcie:

$$u_2 = -z_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} = -z_2 \cdot S_{Fe} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (5.16)$$

które podane jest na wejście układu całkującego RC. Jeżeli w układzie RC przyjmą $1/\omega C \ll R_2$, wówczas spełniona będzie w przybliżeniu zależność:

$$i_2 \approx \frac{u_2}{R_2} \quad (5.17)$$

Na wyjściu układu całkującego otrzymuje się napięcie:

$$u_B = -\frac{1}{C} \int i_2 \cdot dt = -\frac{z_2 \cdot S_{Fe}}{R_2 \cdot C_2} \cdot B(t) \quad (5.18)$$

które pozwala określić wartość strumienia lub indukcji magnetycznej w rdzeniu:

$$B(t) = -\frac{R_2 \cdot C_2}{z_2 \cdot S_{Fe}} \cdot u_B \quad (5.19)$$

Obraz pętli histerezy otrzymujemy, podając napięcia u_H i u_B na wejścia "X" i "Y" oscyloskopu. Aby wyskalować wymiary obrazu pętli histerezy w jednostkach indukcji i natężenia pola, należy określić odpowiednie współczynniki proporcjonalności:

$$k_H = \frac{1}{R_1 \cdot l_{sr} \cdot S_X} \left[\frac{A}{m} \right] \quad (5.20)$$

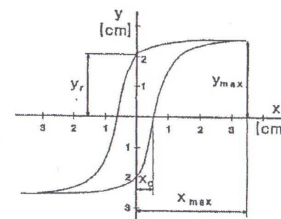
$$k_B = \frac{1}{z_2 \cdot S_{Fe} \cdot S_Y} \left[\frac{T}{cm} \right] \quad (5.21)$$

przy czym S_X , S_Y - czułość wejścia "X" i wejścia "Y" oscyloskopu wyrażone jednostką cm/V. Zatem:

$$H = k_H \cdot x \quad (5.22)$$

$$B = k_B \cdot y \quad (5.23)$$

gdzie x , y - współrzędne pozioma i pionowa wyznaczonego punktu obrazu w cm.



$B_{max} = k_B \cdot y_{max}$, $B_r = k_B \cdot y_r$, $H_{max} = k_H \cdot x_{max}$, $H_c = k_H \cdot x_c$
Rys.5.4. Obraz dynamicznej pętli histerezy na ekranie oscyloskopu.

Obserwacja dynamicznej charakterystyki magnesowania Opracowanie wyników

W układzie jak na rys.5.3 zaobserwować i narysować przebiegi pętli histerezy obwodu magnetycznego dla dwóch wartości napięć zasilających, zmieniając w każdym przypadku długość szczeliny powietrznej obwodu. Zanotować parametry obwodu magnetycznego i układu pomiarowego w tablicy 5.1. Dla każdej wyznaczonej pętli histerezy określić wartość indukcji B_{max} i odpowiadającego jej natężenia pola magnetycznego H_{max} , pozostałość magnetyczną B_r oraz natężenie powściągające H_c .

Tablica 5.1

Przekrój czynny rdzenia	$S_{Fe} =$
Średnia długość linii strumienia w rdzeniu	$l_{sr} =$
Rezystancja opornika pomiarowego	$R_1 =$
Liczba zwojów uzwojenia wzbudającego pomiarowego	$z_1 =$ $z_2 =$
Parametry układu całkującego	$R_2 =$ $C_2 =$
Czułość wejścia "X" oscyloskopu	$S_x =$
Czułość wejścia "Y" oscyloskopu	$S_y =$

5.3. BADANIE NIEROZGAŁĘZIONEGO OBWODU MAGNETYCZNEGO. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYKI MAGNESOWANIA PRADEM PRZEMIENNYM

5.3.1. Wprowadzenie

Analogicznie do pojęcia dynamicznej pętli histerezy stosowane jest pojęcie dynamicznej podstawowej krzywej magnesowania, przy czym rozróżnia się najczęściej kilka jej postaci:

- zależność amplitudy indukcji od amplitudy natężenia pola magnetycznego $B_m = f(H_m)$,
- zależność amplitudy indukcji od wartości skutecznej natężenia pola $B_{in} = f(H_{sk})$,
- zależność amplitudy podstawowej harmonicznej indukcji od amplitudy podstawowej harmonicznej natężenia pola $B_{1m} = f(H_{1m})$

Wybór jednej z wymienionych charakterystyk zależy od dostępności określonej metody pomiaru, lub też uwarunkowany jest potrzebami wynikającymi z metody projektowania i przeznaczenia materiału magnetycznego.

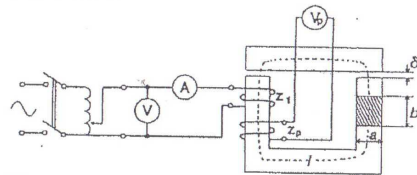
W ćwiczeniu wyznaczmy charakterystykę $B_m = f(H_m)$ nierozgałęzionego obwodu magnetycznego, w którym można zmieniać długość szczeliny powietrznej. Zasadę pomiarów przedstawiono na rys.5.5. Na kolumnie obwodu magnetycznego umieszczono uzwojenie zasilające i pomiarowe o liczbie zwojów odpowiednio z_1 i z_2 .

Układ zasilany jest ze źródła o wymuszeniu napięciowym sinusoidalnym i częstotliwości f . Wskutek przepływu zmiennego strumienia w obwodzie magnetycznym w uzwojeniu pomiarowym indukuje się napięcie:

$$u = -z_2 \cdot S_{Fe} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (5.24)$$

gdzie:

S_{Fe} - czynny przekrój rdzenia ($S_{Fe} = S \cdot k = a \cdot b \cdot k$),
 k - współczynnik wypełnienia rdzenia,
 a - wymiar poprzeczny rdzenia,
 b - grubość pakietu rdzenia.



Rys.5.5. Schemat połączeń układu do wyznaczania charakterystyki magnesowania.

Ponieważ reaktancja uzwojenia zasilającego jest dużo większa od impedancji pozostałych elementów obwodu pierwotnego i układ zasilany jest napięciem sinusoidalnym, można przyjąć, że sem e_2 będzie miała przebieg sinusoidalny. Wartość maksymalną indukcji magnetycznej B_m wyznacza się na podstawie wskazań woltomierza reagującego i wyskalowanego w wartościach skutecznych, przyłączonego do uzwojenia pomiarowego:

$$B_m = \frac{U_p}{4,44 \cdot f \cdot z_2 \cdot S_{Fe}} \quad (5.25)$$

Odpowiadającą tej wartości indukcji wartość natężenia pola magnetycznego H_m można wyznaczyć z prawa przepływu:

$$H_m = \frac{\Theta}{l_{sr}} = \frac{k_a \cdot I \cdot z_1}{l_{sr}} \quad (5.26)$$

gdzie:

k_a - współczynnik amplitudy prądu zasilającego ($k_a = I_m/I$)

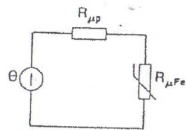
I_m , I - wartości szczytowa i skuteczna prądu,
 l_{sr} - średnia długość drogi strumienia w obwodzie magnetycznym.

Jeżeli proces magnesowania przebiega w zakresie liniowej części charakterystyki $B=f(H)$, oraz gdy w obwodzie występują szczeliny powietrzne, wówczas współczynnik k_a niewiele różni się od wartości $\sqrt{2}$ kreślonej dla przebiegu sinusoidalnego. Współczynnik amplitudy można wyznaczyć na podstawie pomiarów amperomierzem wartości skutecznej prądu i określenia jego wartości maksymalnej z oscylogramów przebiegu chwilowego. Można również pomierzyć napięcia na rezystorze o niewielkiej wartości włączonym w szereg z uzwojeniem pierwotnym stosując woltomierze, z których jeden reaguje na wartość maksymalną, a drugi na wartość skuteczną wyskalowanych w wartościach skutecznych. Stosunek tych napięć pomnożony przez $\sqrt{2}$ równy jest współczynnikowi amplitudy.

Podczas ćwiczenia współczynnik amplitudy nie będzie wyznaczany, natomiast jego wartości będą podane przez prowadzącego ćwiczenia w formie charakterystyk odpowiadających różnym długościom szczeliny powietrznej w obwodzie magnetycznym.

Natężenie pola magnetycznego H_m wyznaczone ze wzoru (5.26) odpowiada średniej wartości natężenia pola w magnetowodzie bez szczeliny powietrznej. W obwodach, ze szczeliną ($\delta \neq 0$) charakterystyka $B=f(H)$ jest charakterystyką zastępczą całego obwodu, to znaczy charakterystyką łączną obwodu z żelazem i szczelin powietrznych. Określonej wartości H_m na tej charakterystyce odpowiadają różne wartości natężenia pola w ferromagnetyku i w powietrzu (szczelinie).

Obwodowi nierozgałęzionemu ze szczelinami powietrznymi można przyporządkować schemat zastępczy przedstawiony na rys.5.6, w którym $R_{\mu Fe}$ przedstawia reluktancję rdzenia, $R_{\mu p}$ - reluktancję szczelin powietrznych.



Rys.5.6. Obwody schemat zastępczy obwodu magnetycznego nierozgałęzionego.

Na podstawie II prawa Kirchhoffa mamy:

$$\Theta = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_p \cdot l_p = \Phi \cdot \frac{l_p}{\mu_0 \cdot S_p} + \Phi \cdot \frac{l_{Fe}}{\mu \cdot S_{Fe}} \quad (5.27)$$

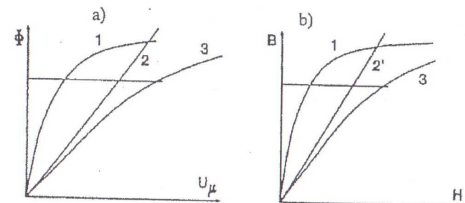
gdzie:

$S_p=(a+\delta)(b+\delta)$ - przekrój szczeliny przy prostokątnym przekroju rdzenia o wymiarach a , b i małych wartościach δ ,

S_{Fe} - czynny przekrój rdzenia,

l_{Fe} , l_p - średnia długość linii pola w rdzeniu i szczelinach.

Z zależności (5.27) wynika, że w układzie współrzędnych Φ , U_{μ} sumując napięcia magnetyczne w rdzeniu $H_{Fe} \cdot l_{Fe}$ i w szczelinie $H_p \cdot l_p$ odpowiadające określonej wartości strumienia Φ , otrzymamy charakterystykę wypadkową obwodu $\Phi=f(U_{\mu})=f(I \cdot z)$ z której można przejść na charakterystykę $B=f(H)$ dzieląc wartości Φ przez przekrój stali, a odcięte przez średnią długość linii pola w obwodzie.



Rys.5.7. Rozwiązywanie graficzne obwodu ze szczeliną metodą charakterystyki wypadkowej w układzie współrzędnych Φ , Θ (a) i B , H (b). 1-charakterystyka rdzenia, 2-charakterystyka szczeliny, 2'-charakterystyka szczeliny przeliczona według zależności (5.30), 3-charakterystyka wypadkowa.

Można jednak bezpośrednio posłużyć się charakterystyką magnesowania żelaza. Ponieważ dla niewielkich szczelin $l_{Fe} + l_p = l_{Fe}$, przekształcając zależność (5.27) otrzymamy:

$$\frac{\Phi}{l_{Fe}} = H_{Fe} + H_p \cdot \frac{l_p}{l_{Fe}} = \Phi \cdot \frac{l_p}{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot S_p} + \Phi \cdot \frac{1}{\mu \cdot S_{Fe}} \quad (5.28)$$

ponieważ $B_{Fe} = \frac{\Phi}{S_{Fe}}$ i oznaczając $H' = H_p \cdot \frac{l_p}{l_{Fe}}$ mamy:

$$H_{Fe} + H' = B_{Fe} \cdot \frac{l_p \cdot S_{Fe}}{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot S_p} + B_{Fe} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (5.29)$$

$$\text{zależność } H' = B_{Fe} \cdot \frac{l_p \cdot S_{Fe}}{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot S_p} \quad (5.30)$$

reprezentuje przeliczoną charakterystykę magnesowania szczelin w obwodzie. Zatem sumując odcięte charakterystyki stali $B=f(H)$ i szczeliny opisanej zależnością (5.30) w układzie współrzędnych B, H otrzymamy zastępczą charakterystykę obwodu.

5.3.2. Wykonanie pomiarów i opracowanie wyników

Wyznaczenie charakterystyki magnesowania

Należy zanotować liczbę zwojów uzwojeń i wymiary badanego obwodu magnetycznego oraz sporządzić jego rysunek. Na tej podstawie określić średnią długość drogi strumienia oraz przekrój czynny rdzenia, przyjmując współczynnik wypełnienia $k=0.9$. Wyniki zestawzić w tabeli 5.2.

Tabela 5.2

z_1	z_p	l	S_{Fe}
---	---	m	m ²

Charakterystykę magnesowania $B_m=f(H_m)$ obwodu magnetycznego wyznaczamy w układzie pomiarowym jak na rys.5.5 wykonując pomiary prądu i napięcia po stronie pierwotnej oraz napięcia wtórno. Wyniki notujemy w tabeli 5.3.

Pomiary należy przeprowadzać dla obwodu magnetycznego bez szczeliny oraz przy różnych jej długościach, które można uzyskać przez podłożenie pod zworcę odpowiednich podkładek przespanowych.

Dla każdego przypadku wykonujemy około 12 pomiarów. Na podstawie pomiarów i obliczeń B oraz H wykreślamy charakterystyki $B_m=f(H_m)$ badanego obwodu przy różnych długościach szczeliny.

Tabela 5.3

Lp.	Pomiary				Obliczenia			
	U_1	I_1	U_p	k_a	Θ_m	H_m	Φ	B_m
	V	A	V	---	A	A/m	Wb	T
1								
2								
3								

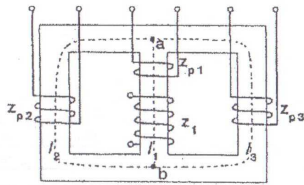
Graficzne wyznaczanie charakterystyki $B=f(H)$ obwodu.

Należy wyznaczyć charakterystykę wypadkową obwodu ze szczeliną powietrzną, znając charakterystykę magnesowania dla $\delta=0$ i określoną teoretycznie charakterystykę szczeliny (zależność 5.30), oraz porównać ją z charakterystyką magnesowania otrzymaną doświadczalnie.

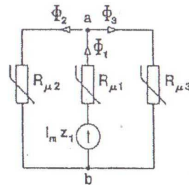
5.4. BADANIE ROZGAŁĘZIONEGO OBWODU MAGNETYCZNEGO

5.4.1. Wprowadzenie

Analizując obwody magnetyczne, szczególnie rozgałęzione, posługujemy się analogiami występującymi pomiędzy obwodami magnetycznymi i elektrycznymi. Obwodowi magnetycznemu przyporządkowujemy schemat zastępczy, który można rozpatrywać podobnie jak nieliniowe obwody elektryczne. Zakładamy przy tym równomierny rozkład indukcji w całym przekroju poprzecznym poszczególnych gałęzi obwodu, oraz przyjmujemy dla nich średnie długości linii pola magnetycznego. Obwód magnetyczny trójkolumnowego rdzenia (rys.5.8) zastąpiono schematem zastępczym (rys.5.9), w którym smm jest równa przepływowi, a poszczególne gałęzie obwodu są reprezentowane przez reluktancje magnetyczne. Dla obwodów magnetycznych stosuje się prawa Kirchhoffa w odniesieniu do strumieni magnetycznych w węzle i napięć w zamkniętym obwodzie.



Rys.5.8. Schemat 3-kolumnowego symetrycznego obwodu magnetycznego.



Rys.5.9. Obwodowy schemat zastępczy obwodu magnetycznego.

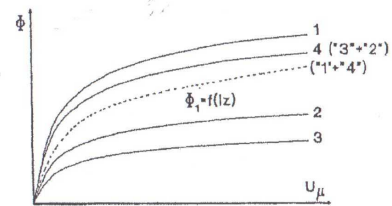
Dla obwodu z rys.5.9 możemy napisać:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \quad (5.31)$$

$$I_m \cdot z_1 = H_{m1} \cdot l_1 + H_{m2} \cdot l_2 \quad (5.32)$$

przy czym napięcie magnetyczne między punktami ab wzdłuż drogi l_1 i l_2 wynosi $U_{\mu ab} = H_{m2} \cdot l_2 = H_{m3} \cdot l_3$.

Rozwiązanie obwodu można przeprowadzić graficznie. Znając jego wymiary i charakterystykę magnesowania materiału z którego jest wykonany, wykreślamy charakterystyki $\Phi = f(U_\mu)$ dla poszczególnych gałęzi obwodu, przy czym $\Phi_1 = B_1 \cdot S_1$, $\Phi_2 = B_2 \cdot S_2$, $\Phi_3 = B_3 \cdot S_3$. Sumując rzędne charakterystyk 2 i 3 otrzymujemy charakterystykę wypadkową 4 wyrażającą zależność $\Phi_1 = f(H_2 \cdot l_2)$ a następnie sumując charakterystyki 1 i 4 otrzymujemy krzywą 5 przedstawiającą zależność $\Phi_1 = f(I \cdot z)$.



Rys.5.10. Ilustracja metody graficznej rozwiązania obwodu magnetycznego rozgałęzionego.

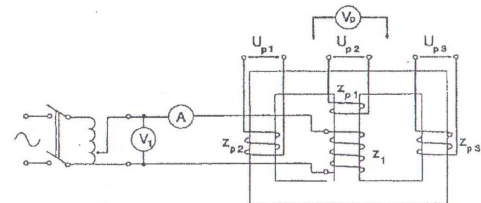
5.4.2. Wykonanie pomiarów i opracowanie wyników.

Pomiar strumienia. Wyznaczanie charakterystyki magnesowania

Sporządzić szkic wymiarowy i zapisać parametry badanego obwodu magnetycznego, obliczyć przekroje czynne i średnie długości drogi strumieni poszczególnych odcinków obwodu, notując je w tablicy 5.4. Obliczając przekroje czynne przyjąć współczynnik wypełnienia $k=0.9$.

Tablica 5.4

z_1	z_{p1}	z_{p2}	z_{p3}	S_1	S_2	S_3	l_1	l_2	l_3
---	---	---	---	m^2	m^2	m^2	m	m	m



Rys.5.11. Układ pomiarowy do badania obwodu magnetycznego.

Zmieniając napięcie zasilające, pomiary prądu i napięć na poszczególnych uzwojeniach wykonujemy w układzie przedstawionym na rys.5.11, a wyniki

Obliczenie parametrów schematu zastępczego i sprawdzenie I prawa Kirchhoffa.

Znając charakterystykę magnesowania obwodu oraz jego wymiary określamy parametry schematu zastępczego, a następnie przekształcając ten schemat obliczamy strumienie w gałęziach obwodu przy zadanym wymuszeniu. Przeprowadzając obliczenia dla punktów A, B, C sprawdzamy bilans strumieni w węźle. Wykorzystując wyniki pomiarów i obliczeń z tabel 5.4 i 5.5 wyznaczamy przenikalności magnetyczne poszczególnych gałęzi obwodu:

$$\mu_i = \frac{B_{mi}}{H_{mi}} \quad (5.36)$$

a następnie ich reluktancje:

$$R_{\mu i} = \frac{l_i}{\mu_i \cdot S_i} \quad \text{dla } i = 1, 2, 3 \quad (5.37)$$

co pozwala określić reluktancję gałęzi połączonych równolegle $R_{\mu ab} = R_{\mu 2} \parallel R_{\mu 3}$ oraz reluktancję zastępczą obwodu:

$$R_{\mu} = R_{\mu 1} + R_{\mu ab} \quad (5.38)$$

Następnie obliczamy strumień Φ_1 :

$$\Phi_1 = \frac{\Theta}{R_{\mu}} \quad (5.39)$$

napięcie magnetyczne $U_{\mu ab}$ oraz pozostałe strumienie Φ_2 i Φ_3 :

$$U_{\mu ab} = R_{\mu ab} \cdot \Phi_1 \quad (5.40)$$

$$\Phi_2 = \frac{U_{\mu ab}}{R_{\mu 2}} \quad \Phi_3 = \frac{U_{\mu ab}}{R_{\mu 3}} \quad (5.41)$$

Powtórnie sprawdzamy I prawo Kirchhoffa w węźle obwodu magnetycznego i określamy popelniony błąd $\Delta\Phi$, który należy przedyskutować. Wyniki obliczeń należy zestawić w tabeli 5.8.

Tabela 5.8

Punkt	μ_1	μ_2	μ_3	$R_{\mu 1}$	$R_{\mu 2}$	$R_{\mu 3}$	$R_{\mu ab}$	R_{μ}
ch-ki	H/m	H/m	H/m	1/H	1/H	1/H	1/H	1/H
A								
B								
C								

Tabela 5.8 c.d.

Punkt	Φ_1	$U_{\mu ab}$	Φ_2	Φ_3	$\Delta\Phi$	$\Delta\Phi\%$
ch-ki	Wb	A	Wb	Wb	Wb	%
A						
B						
C						

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 \quad \Delta\Phi\% = \frac{\Delta\Phi}{\Phi_1} \cdot 100\%$$

Wyznaczenie graficzne charakterystyki $\Phi=f(I-z)$ obwodu

Na podstawie wyników pomiarów i obliczeń z tabeli 5.5. oraz wymiarów obwodu należy wyznaczyć charakterystyki poszczególnych gałęzi $\Phi_1=f(U_{\mu 1})$, $\Phi_2=f(U_{\mu 2})$, $\Phi_3=f(U_{\mu 3})$, następnie odpowiednio sumując je wyznaczyć charakterystykę łączną $\Phi=f(I-z)$, którą należy porównać z charakterystyką uzyskaną doświadczalnie. Wyniki obliczeń charakterystyk poszczególnych gałęzi obwodu zamieścić w tabeli 5.9.

Tabela 5.9

Lp.	Φ_1	$U_{\mu 1}$	Φ_2	$U_{\mu 2}$	Φ_3	$U_{\mu 3}$
	Wb	A	Wb	A	Wb	A

Ćwiczenie 6

OBWODY Z ELEMENTAMI RLC

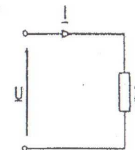
Celem ćwiczenia jest, doświadczalne potwierdzenie słuszności praw Kirchhoffa oraz sprawdzenie innych podstawowych zależności obowiązujących w obwodach prądu sinusoidalnie zmiennego.

6.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

6.1.1. Prosty obwód prądu sinusoidalnego o impedancji Z

Podstawową zależnością obowiązującą w prostym obwodzie prądu przemiennego jest prawo Ohma dla wartości skutecznych w postaci zespolonej:

$$\underline{U} = Z \cdot \underline{I} \quad \text{lub} \quad \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad (6.1)$$



Rys.6.1. Prosty obwód prądu sinusoidalnego.

Wielkość Z jest zespoloną impedancją obwodu:

$$Z = Z \cdot e^{j\varphi} \quad (6.2)$$

gdzie:

φ - kąt fazowy impedancji obwodu, będący jednocześnie kątem przesunięcia fazowego między prądem a napięciem, liczony od prądu do napięcia.

Z - moduł impedancji obwodu.

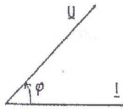
Wielkość \underline{Y} jest zespoloną admittancją obwodu:

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\varphi_k} \quad (6.3)$$

gdzie:

φ_k - kąt fazowy admittancji, będący jednocześnie kątem przesunięcia fazowego między prądem a napięciem, liczony od napięcia do prądu,
 Y - moduł admittancji obwodu.

Wykres wskazowy prądu i napięcia dla prostego obwodu prądu sinusoidalnego przedstawia rys.6.2.



Rys.6.2. Wykres wskazowy prądu i napięcia.

6.1.2. Wyznaczanie parametrów impedancji Z

Impedancja Z określona jest stosunkiem wartości skutecznej zespolonej napięcia na tej impedancji do wartości skutecznej zespolonej prądu płynącego przez tę impedancję:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad (6.4)$$

Moduł impedancji Z można wyznaczyć znając strukturę wewnętrzną impedancji Z lub wartości skutecznej prądu i napięcia na tej impedancji wg wzoru:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (6.5)$$

Kąt fazowy impedancji zawarty jest w przedziale $[-\pi/2 ; \pi/2]$ i można go wyznaczyć znając strukturę wewnętrzną impedancji Z , bądź też znając wartości symboliczne prądu i napięcia na tej impedancji, gdyż kąt fazowy jest jednocześnie kątem przesunięcia fazowego między prądem a napięciem.

Wyznaczenie modułu impedancji Z oraz kąta fazowego φ impedancji Z (której struktura wewnętrzna nie jest znana) jest poszukiwaniem (dla jednej wybranej częstotliwości) impedancji zastępczej, tzn. takiej, na zaciskach zewnętrznych której prąd symboliczny i napięcie symboliczne jest równe prądowi i napięciu na zaciskach zewnętrznych impedancji o nieznannej strukturze wewnętrznej.

W zależności od wartości kąta fazowego impedancji, jej wartość zastępcza może być:

- rezystancją, gdy $\varphi=0$,
- reaktancją indukcyjną, gdy $\varphi=\pi/2$,
- reaktancją pojemnościową, gdy $\varphi=-\pi/2$,
- połączeniem rezystancji i reaktancji indukcyjnej, gdy $0<\varphi<\pi/2$,
- połączeniem rezystancji i reaktancji pojemnościowej, gdy $-\pi/2<\varphi<0$.

Z połączeń reaktancji indukcyjnej lub pojemnościowej z rezystancją rozpatrujemy tylko połączenia szeregowe. Połączenia równoległe, dla wybranej częstotliwości $f \neq 0$, są zawsze sprowadzalne do równoważnych połączeń szeregowych.

Wyznaczenie parametrów dowolnej impedancji Z , to wyznaczenie kąta fazowego φ , modułu impedancji Z a na ich podstawie rezystancji i reaktancji indukcyjnej lub pojemnościowej. Wartość modułu impedancji wyznacza się wg wzoru (6.5), mierząc wartości skuteczne prądu i napięcia na tej impedancji. Wielkość kąta fazowego impedancji wyznacza się mierząc kąt przesunięcia fazowego między przebiegiem prądu w czasie a przebiegiem napięcia w czasie na tej impedancji.

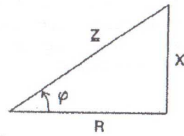
Wartość rezystancji zastępczej można wyznaczyć z trójkąta impedancji (rys.6.3) wg wzoru:

$$R = Z \cdot \cos\varphi \quad (6.6)$$

zaś wartość reaktancji zastępczej wg wzoru (6.7):

$$X = Z \cdot \sin\varphi \quad (6.7)$$

Do pomiaru kąta fazowego impedancji stosujemy: fazomierz, oscyloskop dwustrumieniowy lub oscyloskop posiadający wejście odchylenia poziomego i wejście odchylenia pionowego.



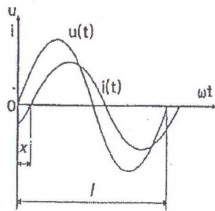
Rys.6.3. Trójkąt impedancji.

W przypadku oscyloskopu dwustrumieniowego, pomiar polega na określeniu odległości między punktami przecięcia osi czasu przez przebiegi prądu i napięcia (rys.6.4.). Kąt przesunięcia fazowego jest równy:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{1} \cdot x [\text{rad}] \quad (6.8)$$

lub

$$\varphi = \frac{360^\circ}{1} \cdot x [^\circ] \quad (6.9)$$

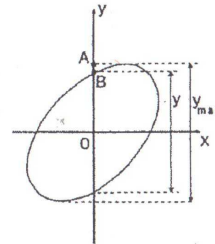


Rys.6.4. Wyznaczanie kąta przesunięcia fazowego pomiędzy prądem a napięciem za pomocą oscyloskopu dwustrumieniowego.

W przypadku oscyloskopu z odchyleniem poziomym i pionowym, kąt fazowy między dwoma przebiegami określa się na podstawie otrzymanego na ekranie oscyloskopu obrazu. Po przyłożeniu na wejście X oscyloskopu z wyłączoną podstawą czasu, sygnału $x(t) = X_m \sin \omega t$, a na wejście Y-sygnału $y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$, na ekranie oscyloskopu pojawi się elipsa (rys.6.5), której kształt zależy od kąta φ , co wynika z poniższych rozważań.

Położenie plamki świetlnej na ekranie oscyloskopu określają w każdej chwili współrzędne x i y , wynikające z wartości chwilowych sygnałów (napięcie $x(t)$ i $y(t)$). Elipsa jaką kreśli plamka opisana jest zależnością:

$$y = \frac{Y_m}{X_m} \cdot (x \cdot \cos \varphi + \sqrt{X_m^2 - x^2} \cdot \sin \varphi) \quad (6.10)$$



Rys.6.5. Obraz na ekranie oscyloskopu z odchyleniem poziomym i pionowym, służący do wyznaczenia kąta fazowego impedancji.

Odcinek \overline{OB} odpowiada wartości $y(t)$ dla $t = k\pi/\omega$; $k=0; \pm 1; \pm 2$, gdyż wówczas $x(t)=0$, zatem:

$$\overline{OB} = Y \cdot \sin \varphi_m \quad (6.11)$$

Odcinek \overline{OA} odpowiada wartości maksymalnej napięcia $y(t)$.

$$\overline{OA} = Y_m \quad (6.12)$$

Ostatecznie:

$$\varphi = \arcsin \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \quad (6.13)$$

Gdy obrazem jest linia prosta, to kąt fazowy wynosi 0° lub 180° , jeśli zaś okrąg, to kąt fazowy wynosi 90° lub 270° .

Jeżeli obrazem jest elipsa, tak jak na rys.6.5, to kąt fazowy określa się ze wzoru (6.13) (w praktyce, w celu zwiększenia dokładności rozpatruje się odcinki dwa razy dłuższe y_1 i y_2 niż \overline{OB} i \overline{OA}).

$$\varphi = \arcsin \frac{y}{y_{\max}} \quad (6.14)$$

Identyfikacja wartości 0° lub 180° oraz 90° lub 270° jest możliwa gdy można zaobserwować kierunek kreślenia linii lub koła.

6.1.3. Rezystancyjny obwód prądu sinusoidalnego

Gdy impedancja Z jest rezystancją:

$$\underline{Z} = R \cdot e^{j0^\circ} \quad (6.15)$$

to w obwodzie prądu sinusoidalnego obowiązują następujące relacje między skutecznymi zespolonymi wartościami prądu i napięcia:

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} \quad \text{lub} \quad \underline{I} = G \cdot \underline{U} \quad (6.16)$$

Kąt fazowy $\varphi=0^\circ$ (prąd jest w fazie z napięciem), zaś moduł impedancji:

$$Z = R \quad (6.17)$$

Gdy dane są U oraz I , to wartość rezystancji wynosi:

$$R = \frac{U}{I} \quad (6.18)$$

6.1.4. Indukcyjny obwód prądu sinusoidalnego

Gdy impedancja Z jest reaktancją indukcyjną:

$$\underline{Z} = j \cdot \omega \cdot L = X_L \cdot e^{j90^\circ} \quad (6.19)$$

to w obwodzie prądu sinusoidalnego obowiązują następujące relacje między skutecznymi zespolonymi wartościami prądu i napięcia:

$$\underline{U} = X_L \cdot \underline{I} \cdot e^{j90^\circ} \quad \text{lub} \quad \underline{I} = B_L \cdot \underline{U} \cdot e^{-j90^\circ} \quad (6.20)$$

Kąt fazowy $\varphi=90^\circ$ (napięcie wyprzedza prąd o 90°), zaś moduł impedancji jest równy wartości reaktancji indukcyjnej:

$$Z = X_L \quad (6.21)$$

Gdy dane są U oraz I , to wartość reaktancji wynosi:

$$X_L = \frac{U}{I} \quad (6.22)$$

Stąd indukcyjność:

$$L = \frac{U}{\omega \cdot I} \quad (6.23)$$

6.1.5. Pojemnościowy obwód prądu sinusoidalnego

Gdy impedancja Z jest reaktancją pojemnościową:

$$\underline{Z} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = X_C \cdot e^{-j90^\circ} \quad (6.24)$$

to w obwodzie prądu sinusoidalnego obowiązują następujące relacje między skutecznymi zespolonymi wartościami prądu i napięcia:

$$\underline{U} = X_C \cdot \underline{I} \cdot e^{-j90^\circ} \quad \text{lub} \quad \underline{I} = B_C \cdot \underline{U} \cdot e^{j90^\circ} \quad (6.25)$$

Kąt fazowy $\varphi=-90^\circ$ (prąd wyprzedza napięcie o 90°), zaś impedancja rzeczywista jest równa wartości reaktancji pojemnościowej:

$$Z = X_C \quad (6.26)$$

Gdy dane są U oraz I , to wartość reaktancji wynosi:

$$X_C = \frac{U}{I} \quad (6.27)$$

Stąd pojemność:

$$C = \frac{I}{\omega \cdot U} \quad (6.28)$$

6.1.6. Prawa Kirchhoffa w obwodach prądu sinusoidalnie zmiennego

I prawo Kirchhoffa:

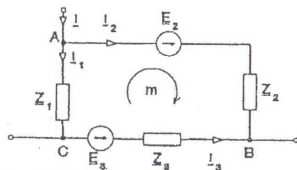
- suma skutecznych wartości zespolonych prądów wpływających do węzła równa się sumie skutecznych wartości zespolonych prądów odpływających od węzła lub suma wartości skutecznych zespolonych prądów w węzle jest równa zero.

$$\sum_k I_k = 0 \quad (6.29)$$

II prawo Kirchhoffa:

- suma skutecznych wartości zespolonych poszczególnych napięć występujących w oczku, zarówno źródłowych, jak i odbiornikowych wszystkich gałęzi, jest równa zero.

$$\sum_k (E_k, Z_k \cdot I_k) = 0 \quad (6.30)$$



Rys.6.6. Oczko w obwodzie elektrycznym prądu sinusoidalnie zmiennego.

Przykładowo, równania wynikające z praw Kirchhoffa, dla oczka przedstawionego na rys.6.6 mają postać:

- dla węzła A: $I - I_1 - I_2 = 0$

- dla oczka m: $E_2 - E_3 - I_2 \cdot Z_2 + I_3 \cdot Z_3 + I_1 \cdot Z_1 = 0$

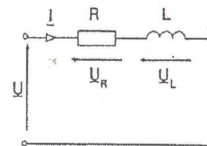
6.1.7. Rezystancyjno - indukcyjny obwód prądu sinusoidalnego

W obwodzie szeregowym RL impedancja Z określona jest wzorem:

$$\underline{Z} = R + j \cdot \omega \cdot L = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \cdot e^{j\varphi} \quad (6.31)$$

gdzie φ jest kątem fazowym określonym wg wzoru:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega \cdot L}{R} \quad (6.32)$$

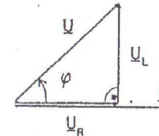


Rys.6.7. Obwód szeregowy RL.

Związek między prądem a napięciami występującymi w obwodzie określa II prawo Kirchhoffa dla skutecznych wartości zespolonych:

$$\underline{U} = R \cdot I + j \cdot X_L \cdot I = \underline{U}_R + \underline{U}_L \quad (6.33)$$

Wzór (6.33) w interpretacji geometrycznej ilustruje wykres wskazowy przedstawiony na rys.6.8.



Rys.6.8. Wykres wskazowy dla obwodu szeregowego RL.

Związek między wartościami skutecznymi prądu i napięcia jest następujący:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I \cdot \sqrt{R^2 + X_L^2} = I \cdot Z \quad (6.34)$$

Gdy dane są: U , I oraz kąt φ , to wartość modulu impedancji wynosi:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (6.35)$$

zaś wartość rezystancji:

$$R = Z \cdot \cos \varphi \quad (6.36)$$

wartość reaktancji indukcyjnej wynosi:

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi \quad (6.37)$$

stąd indukcyjność:

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \quad (6.38)$$

6.1.8. Rezystancyjno - pojemnościowy obwód prądu sinusoidalnego

W obwodzie szeregowym RC impedancja Z określona jest wzorem:

$$\underline{Z} = R - j \cdot X_C = \sqrt{R^2 - (1/\omega \cdot C)^2} \cdot e^{-j\varphi} \quad (6.39)$$

gdzie φ jest kątem fazowym określonym wg wzoru:

$$\varphi = \arctg \frac{1/\omega \cdot C}{R} \quad (6.40)$$

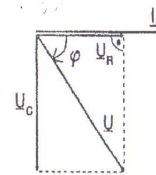
Związek między prądem a napięciami występującymi w obwodzie określa II prawo Kirchhoffa dla skutecznych wartości zespolonych:

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} - j \cdot X_C \cdot \underline{I} = \underline{U}_R + \underline{U}_C \quad (6.41)$$

Wzór (6.41) w interpretacji geometrycznej ilustruje wykres wskazowy przedstawiony na rys.6.9.

Związek między wartościami skutecznymi prądu i napięcia jest następujący:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = I \cdot \sqrt{R^2 + X_C^2} = I \cdot Z \quad (6.42)$$



Rys.6.9. Wykres wskazowy dla obwodu szeregowego RC.

Gdy dane są: U , I oraz kąt φ , to wartość modulu impedancji wynosi:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (6.43)$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi \quad (6.44)$$

$$X = Z \cdot \sin \varphi \quad (6.45)$$

stąd pojemność:

$$C = \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{Z^2 - R^2}} \quad (6.46)$$

6.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

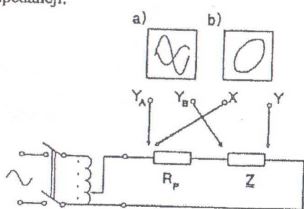
6.2.1. Demonstracja

Wartość kąta fazowego impedancji wyznaczamy na podstawie obserwacji:

- wzajemnego przesunięcia przebiegu napięcia i prądu na oscyloskopie dwustrumieniowym (rys.6.10.a),
- otrzymanego obrazu na ekranie oscyloskopu z odchyleniem poziomym i pionowym (rys.6.10.b).

Sygnal o kształcie przebiegu prądu pobiera się z niewielkiej rezystancji R_p ($R_p = 1.9 \Omega$) włączonej szeregowo z badaną impedancją. Studenci

przerysowują obraz z ekranu oscyloskopu i na jego podstawie wyznaczają kąt fazowy badanej impedancji.



Rys.6.10. Schemat układu do wyznaczania kąta fazowego impedancji.

6.2.2. Wyznaczenie parametrów impedancji zastępczej

Pomiary będą realizowane wg schematu pomiarowego przedstawionego na rys.6.11.

Wyniki pomiarów i obliczeń należy zestawić w tablicy 6.1.

Tablica 6.1

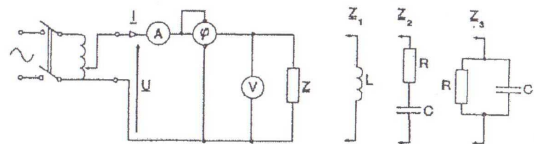
Z	Lp.	Pomiary				Obliczenia		
		\dot{U} V	I A	φ o	$\cos\varphi$ ---	Z Ω	R Ω	X Ω
Z ₁	1							
	2							
	3							
	średnie							
Z ₂	1							
	2							
	3							
	średnie							
Z ₃	1							
	2							
	3							
	średnie							

gdzie:

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$R = Z \cdot \cos\varphi$$

$$X = Z \cdot \sin\varphi$$

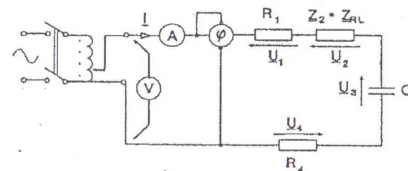


Rys.6.11. Schemat pomiarowy układu do wyznaczania parametrów impedancji zastępczej (impedancję Z₁ stanowi cewka rzeczywista).

Na podstawie obliczeń wykreślić w przyjętej skali trójkąty impedancji oraz wykresy wskazowe prądów i napięć dla poszczególnych przypadków.

6.2.3. Szeregowe połączenie elementów RLC

Pomiary będą realizowane wg schematu pomiarowego przedstawionego na rys.6.12.



Rys.6.12. Schemat pomiarowy do badania układu szeregowego RLC.

Przy różnych wartościach prądu I dokonać pomiarów napięć. Napięcia należy mierzyć jednym woltmierzem włączonym kolejno między odpowiednie punkty obwodu.

UWAGA!

W punkcie tym i następnych elementy rezystancyjne i pojemnościowe traktujemy jako idealne, natomiast jako odbiornika indukcyjnego używamy cewkę o znanym kącie fazowym zmierzonym w punkcie 6.2.2.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawiamy w tablicach 6.2 i 6.3.

Tablica 6.2

Lp.	Pomiary						
	U	I	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	φ
	V	A	V	V	V	V	°
1							
2							
3							
śr.							φ _{śr}

Tablica 6.3

Lp.	Obliczenia											
	Z	Z ₁	φ ₁	Z ₂	φ ₂	R ₂	X ₂	Z ₃	φ ₃	Z ₄	φ ₄	Z _{obl}
	Ω	Ω	°	Ω	°	Ω	Ω	Ω	°	Ω	°	Ω
1												
2												
3												
śr.												

Uwaga: Z₁ = R₁ Z₃ = X₃ Z₄ = R₄

gdzie:

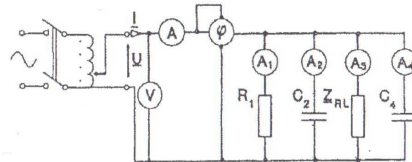
$$Z_k = \frac{U_k}{I} \quad R_k = Z_k \cdot \cos\phi_k \quad X_k = Z_k \cdot \sin\phi_k$$

$$Z_{obl.} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^n R_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n \pm X_k\right)^2}$$

Wykreślić w przyjętej skali trójkąt impedancji oraz wykres wskazowy prądu i napięcia dla jednej wartości prądu. Na podstawie wykresu wskazowego stwierdzić słuszność II prawa Kirchhoffa.

6.2.4. Równoległe połączenie elementów RLC

Pomiary będą realizowane wg schematu pomiarowego przedstawionego na rys. 6.13. Należy zmierzyć wartości skuteczne napięcia i wszystkich prądów oraz kąt fazowy obwodu dla trzech różnych wartości napięcia zasilającego.



Rys. 6.13. Schemat pomiarowy do badania układu równoległego RLC.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawisz w tablicach 6.4 i 6.5.

Tablica 6.4

Lp.	Pomiary						
	U	I	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	φ
	V	A	A	A	A	A	°
1							
2							
3							
śr.							φ _{śr}

Tablica 6.5

Lp.	Obliczenia											
	Y	Y ₁	φ ₁	Y ₂	φ ₂	G ₂	B ₂	Y ₃	φ ₃	Y ₄	φ ₄	Y _{obl}
	mS	mS	°	mS	°	mS	mS	mS	°	mS	°	mS
1												
2												
3												
śr.												

Uwaga: Y₁ = G₁ Y₂ = B₂ Y₄ = B₄

gdzie:

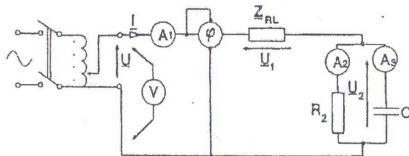
$$Y_k = \frac{I_k}{U} \quad G_k = Y_k \cdot \cos\phi_k \quad B_k = Y_k \cdot \sin\phi_k$$

$$Y_{obl.} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^n G_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n \pm B_k\right)^2}$$

Wykreślić w przyjętej skali trójkąt przewodności oraz wykres wskazowy napięcia i prądów dla jednej wartości napięcia zasilającego. Na podstawie wykresu wskazowego stwierdzić słuszność I prawa Kirchhoffa.

6.2.5. Mieszane połączenie elementów RLC

Pomiary będą realizowane w oparciu o schemat przedstawiony na rys.6.14. Zmieniając trzykrotnie wartość napięcia zasilającego należy mierzyć wartości skuteczne napięć i prądów oraz kąt fazowy obwodu.



Rys.6.14. Schemat pomiarowy do badania układu mieszanego RLC.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawisz w tablicach 6.6 i 6.7.

Lp.	Pomiary						
	U	U ₁	U ₂	I ₁	I ₂	I ₃	φ
	V	V	V	A	A	A	°
1							
2							
3							
						φ _{śr}	

Tablica 6.7

Lp.	Obliczenia									
	Z	Z ₁	φ ₁	R ₁	X ₁	Z ₂ =R ₂	φ ₂	Z ₃ =R ₃	φ ₃	Z _{obl}
	Ω	Ω	°	Ω	Ω	Ω	°	Ω	°	Ω
1										
2										
3										
śr.										

gdzie:

$$Z_{obl.} = \left| R_1 + j \cdot X_1 - \frac{j \cdot R_2 \cdot X_3}{R_2 - j \cdot X_3} \right| =$$

$$= \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2 \cdot X_3^2}{R_2^2 + X_3^2} \right)^2 + \left(X_1 - \frac{R_2^2 \cdot X_3}{R_2^2 + X_3^2} \right)^2}$$

Na podstawie otrzymanych wyników wykreślić wykres wskazowy prądów i napięć.

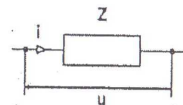
Ćwiczenie 7

MOC W OBWODACH PRĄDU SINUSOIDALNEGO

7.1 WIADOMOŚCI OGÓLNE

7.1.1. Moc chwilowa

Dowolne połączenie elementów obwodu możemy przedstawić jako dwójnik elektryczny z impedancją o module Z .



Rys. 7.1. Dwójnik elektryczny.

Jeżeli do dwójnika dopływa prąd

$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i) \quad (7.1)$$

to na jego zaciskach istnieje napięcie

$$u = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u) \quad (7.2)$$

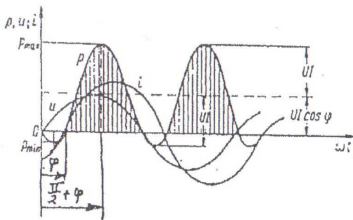
Moc chwilowa dwójnika

$$\begin{aligned} p &= u \cdot i = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) = \\ &= U \cdot I \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)] \end{aligned} \quad (7.3)$$

gdzie $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ jest kątem przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem i prądem.

Jak widać z (7.3) moc chwilowa ma dwie składowe:
 - składową stałą, $U \cdot I \cdot \cos \varphi$, niezależną od czasu
 - składową przemienną $U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$ o częstotliwości dwukrotnie wyższej od częstotliwości napięcia i prądu.

Przebiegi wartości chwilowych prądu, napięcia i mocy dla obwodu czynno-indukcyjnego przedstawiono na rys.7.2.



Rys.7.2. Przebiegi napięcia, prądu i mocy w obwodzie o charakterze czynno-indukcyjnym.

Pierwsze maksimum mocy wystąpi przy argumentcie $\omega = \frac{\pi + \varphi_u + \varphi_i}{2}$

$$P_{\max} = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \quad (7.4)$$

Najmniejszą wartość osiąga moc chwilowa przy argumentcie równym zeru, tj. $2\omega t = \varphi_u + \varphi_i$,

$$P_{\min} = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \quad (7.5)$$

Składowa stała mocy może przyjmować wartości od zera przy $\varphi = \pm \pi/2$ do $U \cdot I$ przy $\varphi = 0$.

7.1.2. Moc czynna

Wartość średnią mocy chwilowej nazywamy mocą czynną

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt \quad (7.6)$$

Przy przebiegach sinusoidalnych moc czynna dwójnika pasywnego jest równa

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)] \cdot dt \quad (7.7)$$

a po zcałkowaniu

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (7.8)$$

Moc czynna P dwójnika pasywnego jest nieujemna i przyjmuje wartości od zera dla $\varphi = \pm \pi/2$ do $U \cdot I$ dla $\varphi = 0$.

Na podstawie prawa Ohma możemy moc czynną wyrazić w trzech równoważnych postaciach:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = R \cdot I^2 = G \cdot U^2 \quad (7.9)$$

Moc czynną mierzymy w watach (1W).

7.1.3. Moc pozorna

Mocą pozorną S dwójnika nazywamy iloczyn wartości skutecznych napięcia U i prądu I

$$S = U \cdot I \quad (7.10)$$

Jednostką mocy pozornej jest woltoamper (1V·A). Moc pozorna jest istotna przy projektowaniu elektrycznych urządzeń, maszyn, instalacji i linii przesyłowych. Wymiary elementów przewodzących tych urządzeń określa wartość skuteczna prądu, zwana prądem znamionowym a dobór ich izolacji określa znamionowa wartość napięcia. Moc czynna przenoszona przez urządzenie lub pobierana przez odbiornik jest równa $U \cdot I \cdot \cos \varphi$ jest zawsze mniejsza a co najwyżej równa mocy pozornej

$$U \cdot I \cdot \cos \varphi \leq U \cdot I \quad (7.11)$$

stąd $\cos\varphi$ nazywamy współczynnikiem mocy, bowiem mówi on w jakim stopniu moc znamionowa urządzenia określana mocą pozorną jest wykorzystana do przenoszenia lub przetwarzania mocy czynnej. Przy współczynniku mocy równym jedności wykorzystanie materiałów jest największe a straty energii związane z przesyłem i przetwarzaniem energii są najmniejsze. Moc pozorną możemy przedstawić w trzech równoważnych postaciach:

$$S = U \cdot I = Z \cdot I_2 = Y \cdot U_2 \quad (7.12)$$

7.1.4. Moc bierna

Miarą energii wymienianej pomiędzy cewką lub kondensatorem a źródłem jest moc bierna Q . W przebiegu mocy chwilowej jest to amplituda składowej przemiennnej ($X \cdot I^2$). Moc bierną możemy określić równaniem

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad (7.13)$$

Moc bierną mierzymy w varach (lvar), co jest skrótem nazwy woltoamper reaktywny. Moc bierna może być dodatnia lub ujemna. Kąt przesunięcia fazowego φ jest dodatni dla charakteru indukcyjnego a ujemny dla charakteru pojemnościowego i stąd moc bierna jest dodatnia w obwodach z indukcyjnością, ujemna w obwodach pojemnościowych. Moc bierną można wyrazić w trzech równoważnych postaciach:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = X \cdot I^2 = -B \cdot U^2 \quad (7.14)$$

Moc bierna nie przenosi energii, powiększa przepływający prąd i straty mocy w urządzeniach i liniach przesyłowych. Jest jednak konieczna dla zapewnienia poprawnego działania urządzeń, np. moc magnesująca transformatorów. Dla ograniczenia strat przesyłu mocy dąży się do wymiany mocy biernej w pobliżu odbiornika, stosując tzw. poprawę współczynnika mocy, zwykle przez włączanie kondensatora równolegle z odbiornikiem indukcyjnym. Można w ten sposób zmniejszyć prąd przepływający przez układ przesyłowy a tym samym ograniczyć ilość materiału na przewody oraz zmniejszyć straty mocy.

7.1.5. Trójkąt mocy

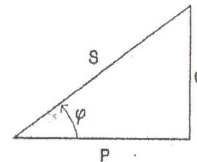
Uwzględniając zależność na moc czynną, pozorną i bierną:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad S = U \cdot I \quad Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad (7.15)$$

możemy napisać

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (7.16)$$

Graficznym obrazem zależności (7.16) jest trójkąt prostokątny (rys.7.3).



Rys.7.3. Trójkąt mocy dla odbiornika czynno - indukcyjnego.

7.1.6. Moc zespolona

Moc pozorną S jako geometryczną sumę mocy czynnej i biernej można zapisać w oparciu o trójkąt mocy. Możemy również wyznaczyć moc zespoloną na podstawie zespolonej wartości napięcia \underline{U} i zespolonej wartości prądu \underline{I} .

Wyrażenie

$$\begin{aligned} \underline{U} \cdot \underline{I}^* &= U \cdot e^{j\varphi_u} \cdot I \cdot e^{-j\varphi_i} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = \\ &= S \cdot e^{j\varphi} = S \cdot \cos\varphi + j \cdot S \cdot \sin\varphi = P + j \cdot Q \end{aligned} \quad (7.17)$$

jest mocą zespoloną.

Moc czynna jest częścią rzeczywistą mocy zespolonej

$$P = \operatorname{Re}(S) = U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad (7.18)$$

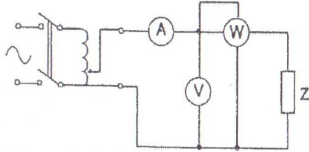
a moc bierna częścią urojoną mocy zespolonej

$$Q = \operatorname{Im}(S) = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad (7.19)$$

Pomiary mocy wykonujemy watomierzem, którego wskazania są proporcjonalne do $U \cdot I \cdot \cos\varphi$. Przy pomiarze mocy oprócz watomierza włączamy woltomierz i amperomierz, które umożliwiają wyznaczenie mocy pozornej S , współczynnika mocy $\cos\varphi$, impedancji obwodu Z , R , X .

7.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

7.2.1. Łączymy układ pomiarowy jak na rys.7.4.



Rys.7.4. Układ pomiarowy dwójnika.

Wykonujemy pomiary dla trzech wartości napięcia. Wskazania mierników notujemy w tabelicy 7.1. Wartości liczbowe pozostałych wielkości zamieszczonych w tabelicy 7.1 obliczamy na podstawie pomiarów.

Tabelica 7.1

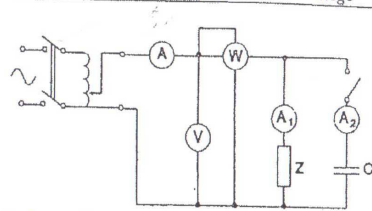
Lp.	U	I	P	Z	R	X	cosφ	φ	S	Q
	V	A	W	Ω	Ω	Ω	—	°	V·A	var
1										
2										
3										

Na podstawie wyników pomiarów i obliczeń dla jednej wartości napięcia należy:

1. napisać równania wartości chwilowej napięcia, prądu i mocy,
2. narysować na wspólnym wykresie przebiegi napięcia, prądu i mocy,
3. narysować trójkąt impedancji i mocy,
4. zapisać w postaci zespolonej, w formie wykładniczej i algebraicznej wielkości: impedancję Z , napięcie \underline{U} , prąd \underline{I} , moc S .

7.2.2. Połączyć układ jak na rys.7.5.

Wykonać pomiary dla dwóch wartości napięć przy wyłączonym kondensatorze i przy włączonym. Wyniki pomiarów zanotować w tabelicy 7.2



Rys.7.5. Układ połączeń dwójnika równoległego.

Tabelica 7.2

Lp	U	I	P	I ₁	I ₂	Z	R	X _L	X _C	S	Q	cosφ	
	V	A	W	A	A	Ω	Ω	Ω	Ω	VA	var	—	
1													wył.
2													otw.
1													wył.
2													zam.

Na podstawie pomiarów obliczyć wartości w tabelicy 7.2.

Narysować wykresy wskazowe dla obwodu bez kondensatora i z kondensatorem.

Ćwiczenie 8

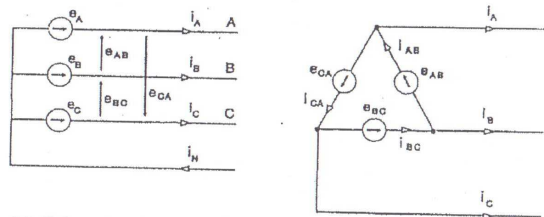
POJĘCIA PODSTAWOWE W UKŁADACH TRÓJFAZOWYCH

8.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

8.1.1. Łączenie źródeł napięć trójfazowych

Rozpatrzmy tu połączenia symetryczne w gwiazdę i w trójkąt generatora trójfazowego (rys 8.1). Układ trójfazowy nazywamy *symetrycznym* jeśli spełnia warunki:

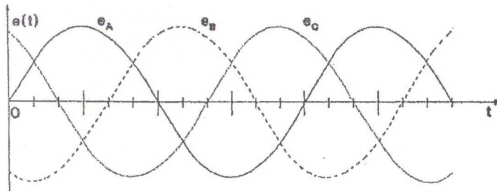
- amplituda napięcia źródłowego \hat{E} dla każdej fazy jest taka sama,
- impedancja wewnętrzna Z_w źródła napięcia każdej fazy jest taka sama,
- faza początkowa napięcia źródłowego pierwszej fazy jest zerem, n-tej fazy jest ujemna i wynosi $-(n-1) \cdot 2 \cdot \pi / 3$, gdzie $n = 1, 2, 3$.



Rys.8.1. Połączenie generatora trójfazowego w gwiazdę i w trójkąt.

W rozpatrywanym generatorze napięcia poszczególnych faz mają postać:

$$\begin{aligned} e_A &= U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ e_B &= U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi - 2/3 \cdot \pi) \\ e_C &= U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi + 2/3 \cdot \pi) \end{aligned} \quad (8.1)$$



Rys.8.2. Przebiegi napięć trójfazowych symetrycznych.

Przyjmując \underline{E}_A jako podstawowe napięcie skuteczne zespolone będą miały postać:

$$\begin{aligned} \underline{E}_A &= |\underline{E}_A| \cdot e^{j\psi} = \underline{E}_f \\ \underline{E}_B &= \underline{E}_f e^{-j\frac{2}{3}\pi} = \underline{E}_f \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \underline{E}_C &= \underline{E}_f e^{j\frac{2}{3}\pi} = \underline{E}_f \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned} \quad (8.2)$$

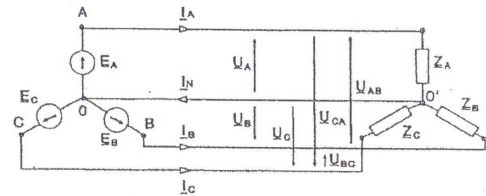
gdyż $|\underline{E}_A| = |\underline{E}_B| = |\underline{E}_C|$

Uzwojenia generatora, w których powstaje napięcie w układzie trójfazowym nazywa się *fazami generatora*. *Fazą odbiornika* trójfazowego nazywa się tę jego część w której płynie ten sam prąd. *Obwód trójfazowy* jest to połączenie generatora napięć trójfazowych i odbiornika za pomocą przewodów łączących.

Przy połączeniu generatora w gwiazdę (rys.8.1.a) początki lub końce uzwojeń połączone są w jednym punkcie zwanym *punktem zerowym* lub *neutralnym*. Jeśli odbiornik jest również połączony w gwiazdę oraz punkty zerowe generatora i odbiornika połączone są przewodem, to przewód ten nazywa się *przewodem zerowym* (rys.8.3.). Napięcie między dwoma dowolnymi przewodami fazowymi nazywa się *napięciem międzyfazowym*, a napięcie między jednym z przewodów fazowych a punktem zerowym (lub przewodem zerowym) nazywa się *napięciem fazowym*.

Przy połączeniu generatora w gwiazdę napięcia międzyfazowe można przedstawić w postaci

$$\begin{aligned} \underline{E}_{AB} &= \underline{E}_A - \underline{E}_B \\ \underline{E}_{BC} &= \underline{E}_B - \underline{E}_C \\ \underline{E}_{CA} &= \underline{E}_C - \underline{E}_A \end{aligned} \quad (8.3)$$

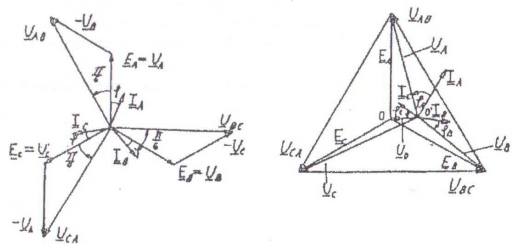


Rys.8.3. Schemat obwodu trójfazowego przy połączeniu generatora i odbiornika w gwiazdę z przewodem zerowym.

Jeśli w obwodzie trójfazowym występuje niesymetria przewodów łączących lub niesymetryczny jest generator lub odbiornik, to taki obwód nazywa się *obwodem niesymetrycznym*. Na rys.8.4 przedstawiono wykresy wskazowe napięć i prądów dla obwodu trójfazowego z fazami generatora i odbiornika połączonymi w gwiazdę dla dwóch przypadków: gdy odbiornik jest symetryczny i gdy odbiornik jest niesymetryczny.

Z rys.8.4 widać, że \underline{U}_{AB} wyprzedza \underline{E}_A o kąt $\pi/6$ a moduł napięcia międzyfazowego \underline{E}_{AB} jest $\sqrt{3}$ razy większy od modułu napięcia fazowego \underline{E}_A . Prądy płynące przez poszczególne uzwojenia źródła nazywa się *prądami fazowymi źródła*, prądy płynące w przewodach, które łączą źródło z odbior-

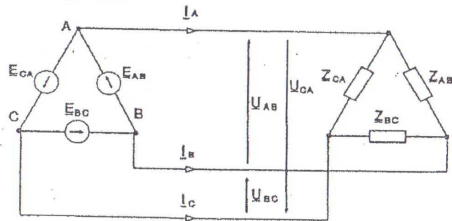
nikiem nazywa się *prądami przewodowymi*. Przy połączeniu generatora w gwiazdę prądy fazowe źródła są równe prądom przewodowym.



Rys.8.4. Wykresy wskazowe dla obwodu trójfazowego przy fazach generatora i odbiornika połączonych w gwiazdę przy symetrycznym zasilaniu gdy odbiornik jest symetryczny i gdy jest niesymetryczny.

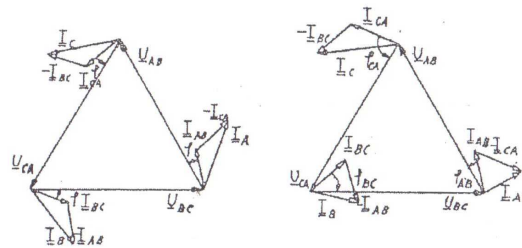
Gdy generator połączony jest w trójkąt kolejno połączone są koniec jednej fazy z początkiem następną rys.8.1.b. Napięcia międzyfazowe przy połączeniu w trójkąt są równe odpowiednim napięciom fazowym. Prądy przewodowe i fazowe źródła będą związane zależnościami

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} \\ I_B &= I_{BC} - I_{AB} \\ I_C &= I_{CA} - I_{BC} \end{aligned} \quad (8.4)$$



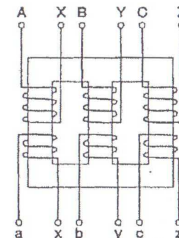
Rys.8.5. Schemat obwodu trójfazowego z generatorem połączonym w trójkąt.

W symetrycznym obwodzie trójfazowym z generatorem połączonym w trójkąt wartości skuteczne prądów przewodowych są $\sqrt{3}$ raza większe od prądów fazowych źródła i są przesunięte w fazie w stosunku do nich o kąt $-\pi/6$ rys.8.6.



Rys.8.6. Wykresy wskazowe napięć i prądów w odbiorniku trójfazowym przy fazach generatora i odbiornika połączonych w trójkąt przy symetrycznym zasilaniu a) gdy odbiornik jest symetryczny, b) gdy odbiornik jest niesymetryczny.

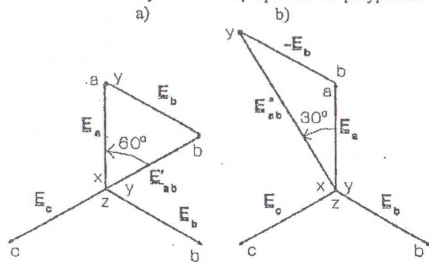
W ćwiczeniu zamiast na zaciskach generatora mierzone są napięcia na zaciskach transformatora trójfazowego.



Rys.8.7. Transformator trójfazowy.

Na rys.8.7 przedstawiono rdzeń transformatora trójfazowego, na którego kolumnach są nawinięte uzwojenia wtórne i pierwotne. Przy właściwym połączeniu uzwojeń pierwotnych i zasilaniu ich z symetrycznego układu napięć

trójfazowych w uzwojeniach indukują się s. em. które tworzą także symetryczny układ s.em.. Zaciski (początki i końce) uzwojeń pierwotnych transformatora oznacza się zazwyczaj literami A-X ; B-Y ; C-Z. Oznaczamy odpowiadające im zaciski uzwojeń wtórnych: a-x ; b-y ; c-z. Połączenie uzwojeń w gwiazdę otrzymuje się łącząc ze sobą zaciski (x, y, z) lub (a, b, c) a wyprowadzając na zewnątrz zaciski (a, b, c) lub (x, y, z). Połączenie w trójkąt otrzymujemy wykonując np. połączenie: a-x, b-y, c-z, i wyprowadzając na zewnątrz odpowiednie zaciski. Niekiedy można się spotkać z przypadkami błędnych połączeń.



Rys. 8.8. Wykres wskazowy dla różnych połączeń uzwojeń transformatora.

Przy połączeniu zacisku (y) z zaciskiem (a) na zaciskach (x,b) otrzymamy

$$E_{ab} = E_a + E_b \quad (8.5)$$

przy czym

$$E_{ab} = E_a$$

Przesunięcie fazowe między E_{ab} a E_a lub E_b wynosi $\pi/3$ (rys. 8.8a). Jeżeli zacisk (y) połączymy z zaciskiem (x) to pomiędzy wolnymi zaciskami (a, b) wystąpi s.em. (rys. 8.8b).

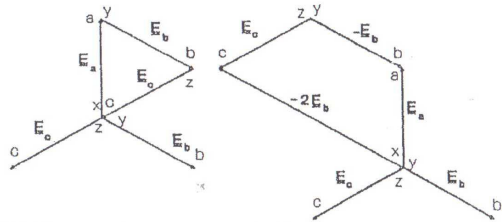
$$E_{ab} = E_a - E_b \quad (8.6)$$

przy czym

$$E = \sqrt{3} \cdot E_a \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Podobne zależności otrzymamy przy innych połączeniach pozostałych uzwojeń. Przy połączeniu trzech wtórnych uzwojeń transformatora według schematu x - ay - bz - c między zaciskami x i c wystąpi s.em. (rys. 8.9a).

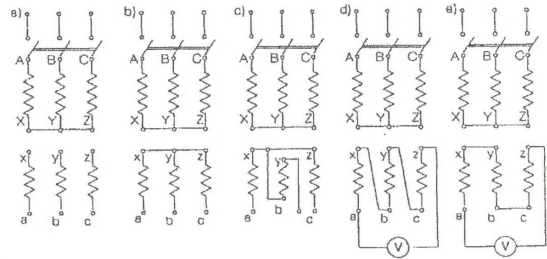
$$E_{xc} = E_a + E_b + E_c \quad (8.7)$$



Rys. 8.9. Wykresy wskazowe dla różnych połączeń uzwojeń transformatora.

Po zwarceniu zacisków otrzymamy obwód zamknięty, w którym prąd również będzie równy zero. Takie połączenie uzwojeń jest połączeniem w trójkąt. Jeśli połączymy uzwojenia według schematu x - ab - yz - c, to między zaciskami c-x wystąpi s.em. (rys. 8.9b).

$$E_{xc} = E_a - E_b + E_c = -2E_b \quad (8.8)$$



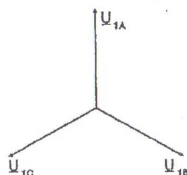
Rys 8.10. Układy połączeń uzwojeń.

Po zwarciu zacisków x i c otrzymamy obwód zamknięty, w którym prąd osiągnie dużą wartość. W normalnej pracy transformatora nie może to mieć miejsca. Jest to jeden z przypadków wadliwego połączenia w trójkąt. Na podstawie przedstawionych tutaj zależności potrafimy znaleźć oznaczenia zacisków uzwojeń. Jeżeli znamy oznaczenia zacisków jednego uzwojenia wtórnego transformatora, to posługując się woltomierzem znajdziemy oznaczenia pozostałych dwóch uzwojeń wtórnych.

8.1.2. Wyznaczanie kolejności faz

Symetryczne układy trójfazowe mogą być - kolejności zgodnej, który zapisujemy:

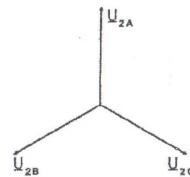
$$\begin{aligned} \underline{U}_{1A} &= \underline{U}_{1A} \\ \underline{U}_{1C} &= \underline{U}_{1A} \cdot e^{-j\frac{4}{3}\pi} \\ \underline{U}_{1B} &= \underline{U}_{1A} \cdot e^{-j\frac{2}{3}\pi} \end{aligned} \quad (8.9)$$



Rys.8.11. Wykres wskazowy napięć układu kolejności zgodnej.

- kolejności przeciwnej, który zapisujemy:

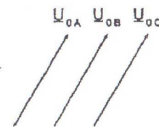
$$\begin{aligned} \underline{U}_{2A} &= \underline{U}_{2A} \\ \underline{U}_{2B} &= \underline{U}_{2A} \cdot e^{-j\frac{4}{3}\pi} \\ \underline{U}_{2C} &= \underline{U}_{2A} \cdot e^{-j\frac{2}{3}\pi} \end{aligned} \quad (8.10)$$



Rys.8.12. Wykres wskazowy napięć układu kolejności przeciwnej.

- układ kolejności zerowej, który zapisujemy:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{0A} &= \underline{U}_{0A} \\ \underline{U}_{0B} &= \underline{U}_{0A} \\ \underline{U}_{0C} &= \underline{U}_{0A} \end{aligned} \quad (8.11)$$

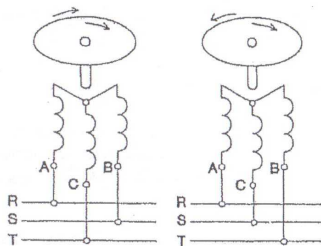


Rys.8.13 Wykres wskazowy napięć układu kolejności zerowej.

Nas będą interesowały dwa pierwsze układy. W praktyce często zachodzi konieczność ustalenia kolejności faz. Ma to miejsce np. w instalacji gniazd trójfazowych, z których będziemy zasilac ruchome odbiorniki trójfazowe (np. spawarki wirujące). We wszystkich gniazdach układ trójfazowy napięć musi mieć tę samą kolejność. Do wyznaczania kolejności faz stosuje się wskaźniki kolejności faz lub inne układy pozwalające wyznaczyć tę kolejność.

Wskaźnik kolejności faz z tarczą wirującą

Wskaźnik taki posiada tarczę wirującą, której kierunek wirowania jest zgodny z kierunkiem wirującego pola magnetycznego wytworzonego przez trójfazowe uzwojenie wskaźnika. Wiemy, że kierunek wirującego pola magnetycznego jest zależny od kolejności faz źródła zasilającego.



Rys. 8.14. Wskaźnik kolejności faz załączony do układu kolejności a) zgodnej, b) przeciwnej.

Zaciski uzwojenia wskaźników są oznaczone (np. R, S, T). Kierunek wirowania tarcz pozwoli nam określić fazy źródła zasilającego wskaźnik.

Układ R, R, L

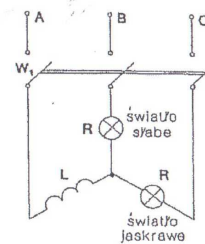
Układ podano na rys. 8.14. Odbiornik trójfazowy połączony w gwiazdę tworzą dwie żarówki \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 o rezystancji R każda i indukcyjność L. Żarówki są jednakowe. Napięcia fazowe będą

$$\underline{U}_A = \frac{1}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} (\underline{Y}_B \underline{U}_{AB} - \underline{Y}_C \underline{U}_{CA})$$

$$\underline{U}_B = \frac{1}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} (\underline{Y}_C \underline{U}_{BC} - \underline{Y}_A \underline{U}_{AB})$$

$$\underline{U}_C = \frac{1}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} (\underline{Y}_A \underline{U}_{CA} - \underline{Y}_B \underline{U}_{BC})$$

$$\underline{Y}_A = -j \frac{1}{\omega \cdot L}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{R}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{R}$$



Rys. 8.15. Układ żarówek i cewki indukcyjnej do wyznaczania kolejności faz.

Z rysunku 8.15 mamy:

$$\underline{U}_B = \frac{1}{-j \frac{1}{\omega L} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} \left(\frac{1}{R} \underline{U}_{BC} + j \frac{1}{\omega L} \underline{U}_{AB} \right) \quad (8.13)$$

$$\underline{U}_C = \frac{1}{-j \frac{1}{\omega L} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} \left(-\frac{1}{R} \underline{U}_{BC} - j \frac{1}{\omega L} \underline{U}_{CA} \right)$$

z wyrażenia (8.13) otrzymamy

$$\frac{\underline{U}_C}{\underline{U}_B} = \frac{-jR \cdot \underline{U}_{CA} - \omega L \cdot \underline{U}_{BC}}{\omega L \cdot \underline{U}_{BC} + jR \cdot \underline{U}_{AB}} = \frac{-j \frac{R}{\omega L} \underline{U}_{CA} - \underline{U}_{BC}}{\underline{U}_{BC} + j \frac{R}{\omega L} \underline{U}_{AB}} \quad (8.14)$$

Po podstawieniu:

$$\frac{R}{\omega \cdot L} = n \quad i \quad \underline{U}_{BC} = k$$

oraz

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{BC} \cdot e^{j \frac{2}{3} \pi} = k \cdot e^{j \frac{2}{3} \pi}$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_{BC} \cdot e^{j\frac{4}{3}\pi} = k \cdot e^{j\frac{4}{3}\pi}$$

wyrażenie (8.14) przyjmuje postać:

$$\frac{U_C}{U_B} = \frac{-j \cdot n \cdot k \cdot e^{j\frac{4}{3}\pi} - k}{k + j \cdot n \cdot k \cdot e^{j\frac{2}{3}\pi}} = \frac{-2 + j \cdot n - n \cdot \sqrt{3}}{2 - j \cdot n - n \cdot \sqrt{3}} \quad (8.15)$$

$$\frac{U_C}{U_B} = \left| \frac{U_C}{U_B} \right| = \sqrt{\frac{1+n^2+n\sqrt{3}}{1+n^2-n\sqrt{3}}} \quad (8.16)$$

Z wyrażenia (8.16) wynika, że:

$$\frac{U_C}{U_B} > 1 \quad \text{i} \quad U_C > U_B$$

Zależności powyższe otrzymaliśmy dla napięć o zgodnej kolejności faz. Napięcie U_C jest wyższe od napięcia U_B . Żarówka na której jest napięcie U_C świeci dość jasno, natomiast żarówka na której istnieje napięcie U_B przygasa. Zgodnie z rysunkiem żarówka Ż1 jest w fazie (C) a żarówka Ż2 w fazie (B). Zmieniamy kolejność faz na przeciwną. Żarówkę Ż2 włączamy w fazę (B), a żarówkę Ż1 w fazę (C).

Do wyrażenia (8.14) podstawiamy:

$$\underline{U}_{BC} = -k; \quad \underline{U}_{AB} = \underline{U}_{BC} \cdot e^{j\frac{4}{3}\pi}; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{BC} \cdot e^{j\frac{2}{3}\pi}; \quad \frac{R}{\omega \cdot L} = n$$

Po dokonaniu przekształceń otrzymujemy:

$$\frac{U_C}{U_B} = \sqrt{\frac{1+n^2-n\sqrt{3}}{1-n^2+n\sqrt{3}}} \quad (8.17)$$

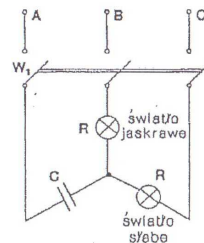
stąd

$$\frac{U_C}{U_B} < 1 \quad \text{i} \quad U_C < U_B$$

Po zmianie kolejności faz nastąpiła zmiana wartości napięć na żarówkach. Obecnie żarówka (Ż1) świeci dość jasno, a żarówka (Ż2) przygasa.

Układ R, R, C

Układ podano na rys.8.16. Odbiornik trójfazowy połączony w gwiazdę tworzą dwie żarówki i kondensator. Postępując jak w punkcie poprzednim można dowiedzieć, że układ reaguje na zmianę kolejności faz źródła napięć zasilających. W układzie R, R, C żarówki świecą odwrotnie w stosunku do żarówek w układzie R, R, L, tzn. a) układ zgodnej kolejności faz - świeci jasno żarówka Ż1 a przygasa żarówka Ż2, b) układ przeciwnej kolejności faz - świeci jasno żarówka Ż2 a przygasa Ż1.

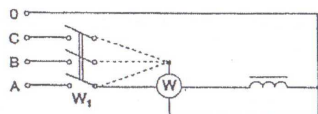


Rys.8.16. Układ żarówek z kondensatorem do wyznaczania kolejności faz.

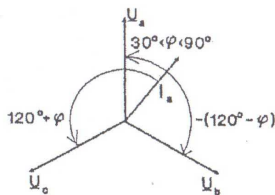
Metoda watomierza.

Przy pomocy watomierza i dławika można wyznaczyć kolejność faz. Schemat obwodu podano na rys.8.17. Wykres wskazowy obwodu przedstawia rys.8.18. Cewka prądowa watomierza i uzwojenie dławika są połączone szeregowo i włączone na napięcie U_A .

Cewkę napięciową watomierza możemy kolejno włączać na napięcia U_A , U_B , U_C . Niech wskaźniki literowe przy mocach wskazanych przez watomierz informują jednocześnie o napięciu cewki napięciowej watomierza. Możemy napisać wyrażenia na te moce dla układu o zgodnej kolejności faz



Rys. 8.17. Układ z watomierzem do wyznaczania kolejności faz.



Rys. 8.18. Wykres wskazowy układu z watomierzem.

$$P_A = U_A I \cos \varphi > 0$$

$$P_B = U_B I \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \varphi \right) > 0 \quad (8.18)$$

$$P_C = U_C I \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \varphi \right) < 0$$

oraz dla układu o przeciwnej kolejności faz

$$P_A = U_A I \cos \varphi > 0$$

$$P_B = U_B I \cos \left(\frac{2}{3} \pi + \varphi \right) < 0 \quad (8.19)$$

$$P_C = U_C I \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \varphi \right) > 0$$

Należy zwrócić uwagę, że w tym układzie można wyznaczyć kolejność faz przy spełnieniu warunku:

$$\frac{2}{3} \pi - \varphi < \frac{\pi}{2} \quad \text{tzn} \quad \varphi > \frac{\pi}{6} \quad (8.20)$$

8.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

8.2.1. W układzie przedstawionym na rys.8.7 ustal się końce i początki uzwojeń transformatora. Zmierzć napięcia między wszystkimi sześcioma zaciskami i zestawić pomiary w tabelę. Po ustaleniu (dowolnym) początku i końca jednego uzwojenia ustalić oznaczenia zacisków dla pozostałych uzwojeń.

8.2.2. Zestawić kolejno układy przedstawione na rys.8.10. Zmierzć napięcia między wszystkimi zaciskami i wykonać wykresy wskazowe odpowiadające tym połączeniom.

8.2.3. Sprawdzić dla połączenia w gwiazdę czy $U = \sqrt{3} \cdot U_L$.

8.2.4. Wyszukiwanie zacisków fazowych

Do badania mamy tabliczkę czterozaciskową, do której zacisków są przyłączone przewody fazowe i przewód zerowy. Należy oznaczyć zaciski fazowy i zerowy. Oznaczamy prowizorycznie (np. 1, 2, 3, 4) zaciski i mierzymy woltmierzem napięcie istniejące między zaciskami. Wyniki pomiarów notujemy w tabelicy 8.1. Dla układu symetrycznego zacisk, którego napięcie względem trzech pozostałych zacisków jest jednakowe, jest zaciskiem zerowym. Napięcie między zaciskami fazowymi jest jednakowe i $\sqrt{3}$ razy większe od napięcia fazowego.

Tabela 8.1

Woltmierz przyłączony do zacisków	Napięcie zmierzone w woltach
1 - 2	
1 - 3	
1 - 4	
2 - 3	
2 - 4	
3 - 4	

8.2.5. Wskaźnik kolejności faz z tarczą wirującą

Może nim być mały trójfazowy silnik indukcyjny. Wskaźnik posiada trzy zaciski oznaczone literami R, S, T (lub A, B, C, lub 1, 2, 3), do których dołączone są początki trzech cewek. Nad cewkami umieszczona jest tarcza (lub bębenek) wirująca, na której strzałką pokazano kierunek wirowania. Jeżeli tarcza wiruje w kierunku oznaczonym strzałką, to przewody można oznaczyć tak, jak są oznaczone zaciski wskaźnika. Jeżeli tarcza wiruje w kierunku przeciwnym to jeden z przewodów oznaczamy tak, jak zacisk wskaźnika, a dwa pozostałe odwrotnie, niż są oznaczone zaciski wskaźnika.

8.2.6. Układy R, R, L i R, R, C jako wskaźniki kolejności faz

Zestawiamy układy przedstawione na rys.8.15 i rys.8.16. Badamy układy dla kolejności zgodnej i przeciwnej faz napięć źródła zasilającego. W ten sposób sprawdzamy, czy układy te spełniają rolę wskaźników kolejności faz. Wykonujemy pomiary napięć i prądów, a następnie rysujemy (na podstawie pomiarów) wykresy wskazowe tych układów.

8.2.7 Metoda watomierza

Zstawiamy układ przedstawiony na rys.8.17. Jeden z zacisków oznaczamy literą (A) i między ten zacisk a zerowy włączamy dławik i cewkę prądową watomierza. Przy włączeniu cewki napięciowej włączonej na napięcie (U_A) watomierz wychyli się w prawo. Przelączamy cewkę napięciową na inne napięcie fazowe i obserwujemy wskazania watomierza. Wychylenie wskazówki watomierza w prawo informuje, że cewka napięciowa została włączona na napięcie (U_B). Watomierz wychyli się w lewo przy włączeniu cewki napięciowej na napięcie (U_C). Przy pomiarach obwód musi spełniać warunek (8.20).

Ćwiczenie 9

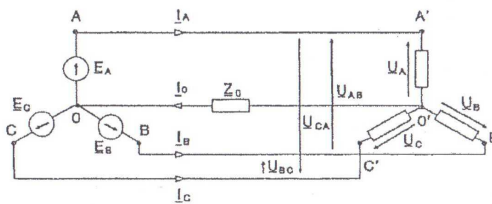
PRACA UKŁADÓW TRÓJFAZOWYCH

9.1. WIADOMOŚCI WSTĘPNE

Tematem ćwiczenia są układy trójfazowe, w których odbiornik połączony jest w gwiazdę i w trójkąt. W odbiornikach oznaczamy odpowiednie wielkości zespolone:

- U_A, U_B, U_C - napięcia fazowe odbiornika,
- U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} - napięcia przewodowe,
- I_A, I_B, I_C - prądy przewodowe odbiornika,
- I_{AB}, I_{BC}, I_{CA} - prądy fazowe odbiornika,
- I_0 - prąd w przewodzie zerowym

Na rysunku 9.1 pokazano badany układ trójfazowy połączony w gwiazdę. Przy badaniu układu pomijamy impedancję linii zasilającej odbiornika oraz impedancję faz generatora.



Rys.9.1. Układ trójfazowy czteroprzewodowy połączony w gwiazdę.

Rozpatrzmy układy trójfazowe czteroprzewodowe i trójprzewodowe.
(UWAGA: Wszystkie wykresy wskazowe wykonane są dla obciążeń RL)

9.1.1. Układ gwiazdowy czteroprzewodowy

Schemat układu podano na rys.9.1. Napięcia fazowe generatora tworzą układ trójfazowy symetryczny. Na schemacie odpowiadają im oznaczenia: E_A , E_B , E_C . Impedancja przewodu zerowego wynosi Z_0 . Odbiornik może stanowić obciążenie symetryczne lub niesymetryczne.

9.1.1.1. Obciążenie niesymetryczne

Przy obciążeniu niesymetrycznym istnieje na przewodzie zerowym napięcie określone zależnością:

$$U_0 = \frac{Y_A \cdot E_A + Y_B \cdot E_B + Y_C \cdot E_C}{Y_0 + Y_A + Y_B + Y_C} \quad (9.1)$$

Napięcia fazowe odbiornika wyliczamy z równania 9.2:

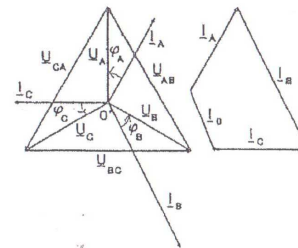
$$\begin{aligned} U_A &= E_A - U_0 \\ U_B &= E_B - U_0 \\ U_C &= E_C - U_0 \end{aligned} \quad (9.2)$$

Prądy przewodowe i prąd w przewodzie zerowym znajdujemy z równań (9.3)

$$\begin{aligned} I_A &= Y_A \cdot (E_A - U_0) \\ I_B &= Y_B \cdot (E_B - U_0) \\ I_C &= Y_C \cdot (E_C - U_0) \\ I_0 &= Y_0 \cdot U_0 \\ U_A + U_B + U_C &= -3 \cdot U_0 \\ I_A + I_B + I_C &= I_0 \end{aligned} \quad (9.3)$$

Dla $Y_0 = \infty$ $U_0 = 0$ $U_A + U_B + U_C = 0$

Przykładowe wykresy prądów i napięć dla układu odbiornika niesymetrycznego połączony w gwiazdę zasilanego czteroprzewodowo pokazano na rys.9.2.



Rys.9.2. Wykres wskazowy prądów i napięć układu czteroprzewodowego przy obciążeniu niesymetrycznym.

9.1.1.2. Obciążenie symetryczne

Przy obciążeniu symetrycznym mamy następujące zależności:

$$Y_A = Y_B = Y_C \quad (9.4)$$

Napięcie na przewodzie zerowym wyniesie:

$$U_0 = 0 \quad (9.5)$$

Z równania 9.2 obliczamy napięcie fazowe odbiornika:

$$\begin{aligned} U_A &= E_A \\ U_B &= E_B \\ U_C &= E_C \end{aligned} \quad (9.6)$$

stąd: $U_A = U_B = U_C$

Z równań 9.3 obliczamy prądy przewodowe odbiornika:

$$I_A = Y_A \cdot E_A$$

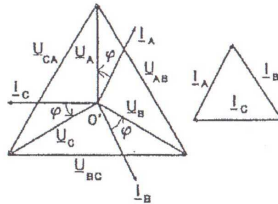
$$I_B = Y_B \cdot E_B$$

$$I_C = Y_C \cdot E_C \quad (9.7)$$

$$I_0 = 0$$

$$\text{stąd } I_A = I_B = I_C$$

Przy symetrycznym obciążeniu prąd w przewodzie zerowym nie płynie. Odłączenie przewodu zerowego nie spowoduje więc zmiany w rozplywie prądów przewodowych. Wykres wektorowy układu przy obciążeniu symetrycznym podano na rys.9.3.



Rys.9.3. Wykres wskazowy układu trójfazowego gwiazdowego przy obciążeniu symetrycznym.

9.1.2. Układ trójfazowy trójprzewodowy połączony w gwiazdę

Przy impedancji $Z_0 = \infty$, układ przedstawiony na rys.9.1 przekształca się w układ gwiazdowy zasilany trójprzewodowo.

9.1.2.1. Obciążenie niesymetryczne

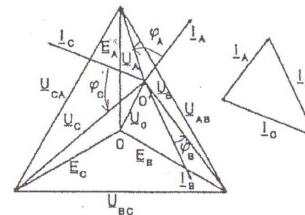
Napięcie między punktami neutralnymi odbiornika i generatora wyznaczamy z zależności 9.8:

$$U_0 = \frac{Y_A \cdot E_A + Y_B \cdot E_B + Y_C \cdot E_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (9.8)$$

Napięcia fazowe odbiornika wyznaczamy z równań 9.2, a prądy przewodowe wyznaczamy ze wzorów 9.3. Prąd w przewodzie zerowym $I_0=0$. Suma wektorowa prądów przewodowych wynosi zero:

$$I_A + I_B + I_C = 0 \quad (9.9)$$

Prądy przewodowe tworzą trójkąt zamknięty (rys.9.4b). Napięcie U_0 w porównaniu z układem czteroprzewodowym jest wyższe. Przewód zerowy zmniejsza zatem asymetrię napięć fazowych odbiornika. Wykres wektorowy omawianego układu przedstawia rys.9.4a.



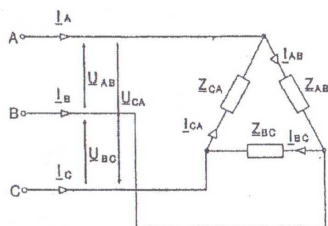
Rys.9.4. Wykres wskazowy układu trójfazowego trójprzewodowego połączony w gwiazdę przy obciążeniu niesymetrycznym.

9.1.2.2. Obciążenie symetryczne

Przy obciążeniu symetrycznym $U_0=0$. Pod względem funkcjonalnym nie ma różnicy między układem trójprzewodowym a czteroprzewodowym.

9.1.3. Układ trójfazowy połączony w trójkąt

Na rys.9.5 podano schemat układu odbiornika połączony w trójkąt, zasilanego z sieci trójfazowej. W rozważaniach pomijamy impedancję linii zasilającej, wówczas napięcie przewodowe generatora jest napięciem fazowym odbiornika.



Rys.9.5. Układ trójfazowy połączony w trójkąt.

9.1.3.1. Układ symetryczny

W układzie symetrycznym wyrażenia opisujące prądy fazowe przedstawiono wg zależności 9.10, 9.11:

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} \quad (9.10)$$

$$\begin{aligned} I_{AB} &= I_{AB} \cdot e^{j0^\circ} \\ I_{BC} &= I_{BC} \cdot e^{-j120^\circ} \\ I_{CA} &= I_{CA} \cdot e^{-j240^\circ} \end{aligned} \quad (9.11)$$

Prądy przewodowe opisane są równaniami 9.12:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} \\ I_B &= I_{BC} - I_{AB} \\ I_C &= I_{CA} - I_{BC} \end{aligned} \quad (9.12)$$

Po dodaniu stronami równań 9.12 otrzymujemy:

$$I_A + I_B + I_C = 0 \quad (9.13)$$

W układzie symetrycznym $I_A = I_B = I_C$.

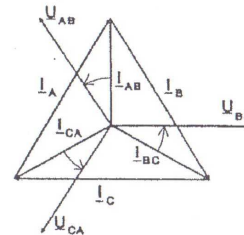
W układzie symetrycznym prądy liniowe tworzą trójkąt równoboczny. Moduł prądu przewodowego jest $\sqrt{3}$ razy większy od modułu prądu fazowego, a wektor prądu I_A opóźnia się za wektorem I_{AB} o kąt 30° . Zapis matematyczny prądu przewodowego w fazie "A" opisujemy równaniem 9.14:

$$I_A = I_{AB} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j30^\circ} \quad (9.14)$$

Podstawowe zależności między napięciami i prądami odbiornika symetrycznego trójkątowego określają zależności 9.15:

$$\begin{aligned} U &= U_F \\ I &= \sqrt{3} \cdot I_F \end{aligned} \quad (9.15)$$

Wykres wektorowy prądów i napięć pokazano na rys.9.6.



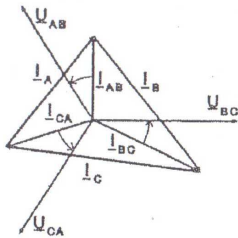
Rys.9.6. Wykres wektorowy układu trójfazowego połączony w trójkąt przy obciążeniu symetrycznym.

9.1.3.2. Układ niesymetryczny

Po ominięciu impedancji linii zasilającej, wyrażenia na prądy fazowe odbiornika mają postać 9.16:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} \quad I_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}} \quad I_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}} \quad (9.16)$$

Prądy przewodowe wyznaczamy z zależności 9.12 i 9.13, przy czym trójkąt prądów przewodowych nie będzie trójkątem równobocznym. Wykres wskazowy prądów i napięć przedstawia rys.9.7.



Rys.9.7. Wykres wskazowy układu trójfazowego połączony w trójkąt przy obciążeniu niesymetrycznym.

W obciążeniu niesymetrycznym mogą zaistnieć przypadki skrajnej asymetrii, rozpatrzmy dwa: kiedy zaistnieje przerwa w fazie (C-A) odbiornika, oraz przerwa w przewodzie zasilającym (B).

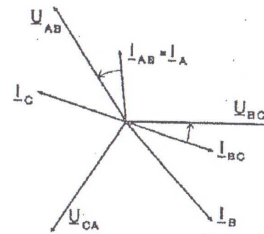
Dla przypadku przerwy w fazie C-A, impedancja fazowa $Z_{CA} = \infty$. Korzystając z równań na prądy fazowe 9.16, otrzymujemy równania:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} \quad I_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}} \quad I_{CA} = 0 \quad (9.17)$$

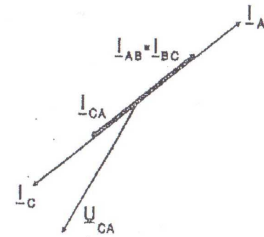
Z równań 9.17 na prądy przewodowe wyznaczamy równania 9.18:

$$I_A = I_{AB} \quad I_B = I_{BC} - I_{AB} \quad I_C = -I_{BC} \quad (9.18)$$

Wykres wskazowy prądów i napięć przedstawiono na rys.9.8.



Rys.9.8. Wykres wskazowy prądów i napięć układu połączony w trójkąt w przypadku przerwy w fazie C-A odbiornika.



Rys.9.9. Wykres wskazowy układu trójfazowego połączony w trójkąt w przypadku braku zasilania w fazie B.

Dla przypadku przerwy w przewodzie zasilającym "B", (sytuacja taka może mieć miejsce w przypadku przepalenia wkładki topikowej bezpiecznika), prądy fazowe i przewodowe obliczamy z zależności (9.19):

$$I_{AB} = I_{BC} = \frac{-U_{CA}}{Z_{AB} + Z_{CA}}$$

$$I_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}}$$

$$I_A = I_{BC} - I_{CA} \quad (9.19)$$

$$I_B = 0$$

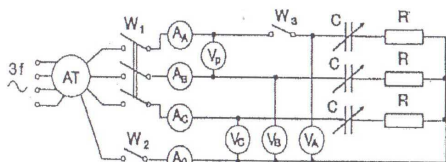
$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = -I_A$$

Wykres wskazowy obwodu przedstawia rys.9.9.

9.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

9.2.1. Odbiornik trójfazowy połączony w gwiazdę

Przeprowadzić pomiary układu trójfazowego połączony wg schematu podanego na rys.9.10. Odbiornikiem w poszczególnych fazach są elementy RC ($R=500\Omega$, oraz zestaw kondensatorów o pojemności 3.7; 7.4; 11; 11 μF).



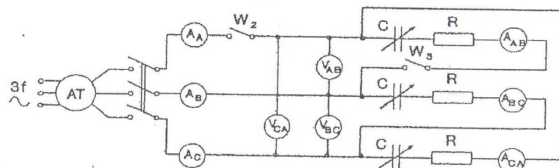
Rys.9.10. Schemat pomiarowy do badania układu trójfazowego połączony w gwiazdę.

Wyniki pomiarów notujemy w tablicy 9.1. Dla każdego przypadku pracy rysujemy wykres wskazowy prądów i napięć.

Tablica 9.1

Rodzaj pracy układu	I_A	I_B	I_C	U_A	U_B	U_C	U_p	U_0
	A	A	A	V	V	V	V	V
Układ czteroprzewodowy								
Obciążenie symetryczne $R = 500\Omega$; $C = 3.7\mu\text{F}$								
Obciążenie niesymetr. $R = 500\Omega$; $C = 11\mu\text{F}$								
Obciążenie niesymetr. przerwa w jednej fazie								
Obciążenie niesymetr. przerwa w dwóch fazach								
Obciążenie niesymetr. $Z_A = 0$								
Układ trójprzewodowy								
Obciążenie niesymetr. $R = 500\Omega$; $C = 11\mu\text{F}$								
Obciążenie niesymetr. przerwa w jednej fazie								
Obciążenie niesymetr. przerwa w dwóch fazach								
Obciążenie niesymetr. $Z_A = 0$								

9.2.2. Odbiornik połączony w trójkąt



Rys.9.11. Schemat pomiarowy do badania układu trójfazowego połączony w trójkąt.

Przeprowadzić pomiary układu trójfazowego połączonego wg schematu podanego na rys.9.11. Odbiornikiem w poszczególnych fazach są elementy RC ($R=500\Omega$, oraz zestaw kondensatorów o pojemności 3.7; 7.4; 11; 11 μ F).

Wyniki pomiarów notujemy w tablicy 9.2. Dla każdego przypadku pracy rysujemy wykres wskazowy prądów i napięć.

Tablica 9.2

Rodz. pracy układu	I_A	I_B	I_C	I_{AB}	I_{BC}	I_{CA}	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}
	A	A	A	A	A	A	V	V	V
obc. symetr. $R=500\Omega$; $C=3.7\mu F$									
obc. niesym. $R=500\Omega$; $C=11\mu F$									
obc. niesym. przerwa w jednej fazie									
obc. niesym. przerwa w 1 przew. zasil.									
obc. niesym. przerwa w 2 przew. zasil.									
obc. niesym. $Z_{AB} = 0$									

Ćwiczenie 10

MOC UKŁADÓW TRÓJFAZOWYCH

10.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

10.1.1. Moc chwilowa układów trójfazowych

Moc chwilowa p odbiornika trójfazowego jest sumą mocy chwilowych poszczególnych faz:

$$p = P_A + P_B + P_C = u_A \cdot i_A + u_B \cdot i_B + u_C \cdot i_C \quad (10.1)$$

gdzie:

u_A, u_B, u_C - wartości chwilowe napięć fazowych
 i_A, i_B, i_C - wartości chwilowe prądów fazowych

Jeżeli rozpatrywany układ jest symetryczny, a napięcia i prądy tworzą układ zgodny, to łatwo można wykazać, że moc chwilowa takiego układu jest wielkością niezależną od czasu, równą mocy czynnej odbiornika:

$$p = 3 \cdot U_f I_f \cos \varphi = P \quad (10.2)$$

gdzie:

U_f, I_f - wartości skuteczne napięć i prądów fazowych
 φ - kąt przesunięcia fazowego między U_f a I_f
 P - moc czynna odbiornika

10.1.2. Moc czynna i bierna układów trójfazowych

Moc czynna odbiornika trójfazowego wyraża się wzorem:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C =$$

$$= P_A + P_B + P_C \quad (10.3)$$

gdzie:

U_A, U_B, U_C - wartości skuteczne napięć fazowych odbiornika
 I_A, I_B, I_C - wartości skuteczne prądów fazowych odbiornika
 $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ - kąty fazowe między odpowiadającymi sobie napięciami i prądami poszczególnych faz

Wzór (10.3) jest słuszny dla odbiorników połączonych w gwiazdę lub w trójkąt zarówno symetrycznych jak i niesymetrycznych.

Moc bierna Q odbiornika trójfazowego równa jest sumie mocy biernych jego faz:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C \quad (10.4)$$

Dla odbiornika symetrycznego wzory uproszczą się do postaci:

$$P = 3 \cdot P_f = 3 \cdot U_f I_f \cos \varphi \quad (10.5)$$

$$Q = 3 \cdot Q_f = 3 \cdot U_f I_f \sin \varphi \quad (10.6)$$

gdzie:

U_f, I_f - wartości skuteczne napięć i prądów fazowych
 φ - kąt przesunięcia fazowego odbiornika

Jeżeli wyrazimy moce za pomocą wartości przewodowych napięć i prądów, to otrzymamy:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (10.7)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (10.8)$$

gdzie:

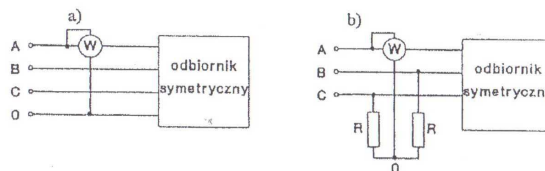
U, I - skuteczne wartości napięcia i prądu przewodowego odbiornika symetrycznego

φ - kąt fazowy odbiornika

Należy pamiętać, że φ jest kątem przesunięcia między U_f a I_f odbiornika.

10.1.3. Pomiar mocy czynnej w układach trójfazowych symetrycznych

W układach trójfazowych symetrycznych do pomiaru mocy czynnej stosuje się metodę jednego lub dwóch watomierzy. Sposób ich połączenia pokazany jest na rysunkach 10.1 i 10.2.



Rys.10.1. Pomiar mocy czynnej odbiorników symetrycznych.

a) metodą jednego watomierza w układach czteroprzewodowych, b) metodą jednego watomierza w układach trójprzewodowych.

Moc odbiornika mierzona tymi metodami równa jest:

$$P = 3 \cdot P_W \quad (10.9)$$

gdzie P_W jest mocą wskazywaną przez watomierz.

W układzie trójprzewodowym (rys.10.1.b) zachodzi konieczność utworzenia tzw. sztucznego punktu zerowego. W tym celu włącza się do układu rezystory o dużej rezystancji, tak dobrane, aby opór w każdej z faz był taki sam. Metoda pomiaru dwoma watomierzami (rys.10.2) wynika z następujących zależności:

Moc pozorna zespolona w układzie trójfazowym:

$$S = U_A \cdot I_A^* + U_B \cdot I_B^* + U_C \cdot I_C^* \quad (10.10)$$

W układzie trójprzewodowym, bez względu na symetrię zachodzi zależność:

$$I_A + I_B + I_C = 0 \quad (10.11)$$

a także:

$$I_A^* + I_B^* + I_C^* = 0 \quad (10.12)$$

Wyznaczając którykolwiek z prądów z równania (10.12) i wstawiając go do (10.10) otrzymamy:

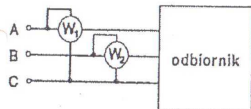
$$\begin{aligned} \Sigma &= (U_A - U_C) \cdot I_A^* + (U_B - U_C) \cdot I_B^* = \\ &= U_{AC} \cdot I_A^* + U_{BC} \cdot I_B^* \end{aligned} \quad (10.13)$$

Moc czynną, stanowiącą część rzeczywistą mocy pozornej zespolonej, wyrazić można wzorem:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}(\Sigma) = \\ &= U_{AC} \cdot I_B \cdot \cos(\angle U_{AC}, I_B) + U_{BC} \cdot I_A \cdot \cos(\angle U_{BC}, I_A) \end{aligned} \quad (10.14)$$

Wynika z powyższego, że moc czynna odbiornika trójfazowego mierzona metodą dwóch watomierzy jest sumą algebraiczną wskazań mierników:

$$P = P_{W1} + P_{W2} \quad (10.15)$$

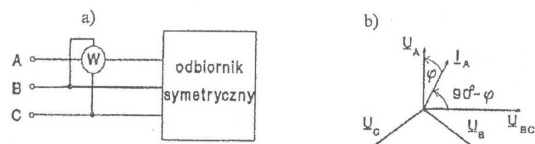


Rys.10.2. Pomiar mocy czynnej odbiornika trójfazowego, trójprzewodowego metodą dwóch watomierzy (metoda Arona).

Wskazania watomierzy w metodzie Arona są zazwyczaj różne i są funkcją kąta fazowego odbiornika symetrycznego. Przy kącie fazowym większym od 60° jeden z watomierzy odchyła się przeciwnie. Należy zamienić przewody na zaciskach cewki prądowej i wskazania tego watomierza przyjmować za ujemne.

10.1.4. Pomiar mocy bierniej odbiornika trójfazowego symetrycznego

Pomiaru mocy bierniej można dokonać w układzie jak na rysunku 10.3.a.



Rys.10.3. a) układ do pomiaru mocy bierniej odbiornika symetrycznego, b) wykres wskazowy dla tego układu.

Moc mierzona w powyższym układzie wyrazi się wzorem:

$$P_W = U_{BC} \cdot I_A \cdot \cos(\angle U_{BC}, I_A) \quad (10.16)$$

Z wykresu wskazowego na rysunku 10.3.b wynika, że $\angle(U_{BC}, I_A) = 90^\circ - \varphi$, więc:

$$P_W = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (10.17)$$

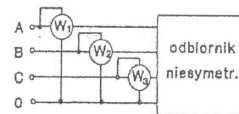
Moc bierna Q tego odbiornika będzie równa:

$$Q = \sqrt{3} \cdot P_W \quad (10.18)$$

10.1.5. Pomiar mocy czynnej odbiorników niesymetrycznych

Metoda Arona może być stosowana także do pomiaru mocy odbiorników niesymetrycznych w układach trójprzewodowych, jeżeli spełnione jest równanie (10.11).

Moc czynną odbiorników niesymetrycznych czteroprzewodowych mierzy się trzema watomierzami włączonymi jak na rysunku 10.4.

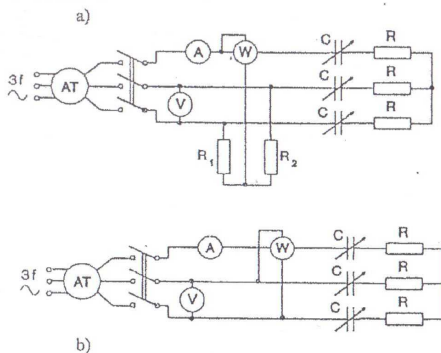


Rys.10.4. Pomiar mocy czynnej metodą trzech watomierzy.

Moc czynna odbiornika zmierzona tą metodą równa jest sumie wskazań watomierzy.

10.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

10.2.1. Pomiar mocy odbiornika trójprzewodowego, symetrycznego, metodą jednego watomierza



Rys.10.5. Schemat układu do pomiaru mocy odbiornika trójprzewodowego symetrycznego metodą jednego watomierza: a) pomiar mocy czynnej, b) pomiar mocy biernej.

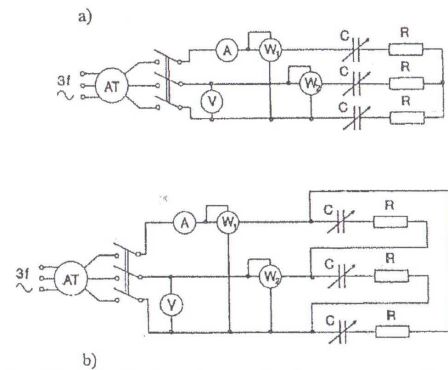
Odbiornik jest symetryczny o impedancji faz $Z_f = R - jX_C$. Dla odbiornika o rezystancji $R = 500\Omega$ i pojemności $11\mu F$ dokonać pomiarów prądu, napięcia oraz mocy pokazywanej przez watomierz w obu przypadkach.

Na podstawie pomiarów określić wartość mocy czynnej i biernej odbiornika. Biorąc pod uwagę wartości prądów i napięć wyznaczyć moduł mocy pozornej oraz jej postać zespoloną, uwzględniając znane parametry impedancji odbiornika. Wyniki pomiarów porównać z wynikami obliczeń.

10.2.2. Pomiar mocy czynnej odbiornika trójprzewodowego, symetrycznego, metodą dwóch watomierzy

Wyznaczyć moc czynną obu odbiorników i porównać wartości. Uzasadnić wyniki pomiarów.

Dla przypadku z rys.10.6.a wykonać wykres wskazowy. Zmieniając jednakowo pojemność we wszystkich fazach odbiornika z rys.10.6.a wyznaczyć zależność wskazań obu watomierzy od kąta fazowego odbiornika. Wykonać wykres $P_1 = f(\varphi)$ i $P_2 = f(\varphi)$. Pomiary wykonać dla wartości R i C podanych w tablicy 10.1.



Rys.10.6. Schemat układu do pomiaru mocy czynnej odbiornika trójprzewodowego metodą dwóch watomierzy: a) odbiornik połączony w gwiazde, b) odbiornik połączony w trójkąt.

Tablica 10.1

R	C	φ_{odb}	P_1	P_2	P
Ω	μF	$^\circ$	W	W	W
0	11				
500	11				
500	3,7				
500	1,1				
500	0				

Ćwiczenie 11

REZONANS W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH

11.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Zjawisko rezonansu dotyczy intensywności procesu drgań wymuszonych w obwodzie elektrycznym. Za kryterium intensywności drgań można uważać ekstremum różnych przebiegów w funkcji pewnego parametru (zwykle pulsacji) przy pozostałych parametrach stałych. Kryteriami rezonansu w obwodach elektrycznych są :

- a) kryterium ekstremum amplitudowego, a więc np. występowanie ekstremum prądu w określonym dwójniku. Stan obwodu spełniającego to kryterium nosi nazwę rezonansu amplitudowego.
 - b) kryterium ekstremum fazowego, przy którym prąd i napięcie na zaciskach określonego dwójnika są ze sobą w fazie ($\varphi = 0$). Stan obwodu spełniającego ten warunek nosi nazwę rezonansu fazowego.
- Częściej jako kryterium rezonansu przyjmuje się kryterium rezonansu fazowego.

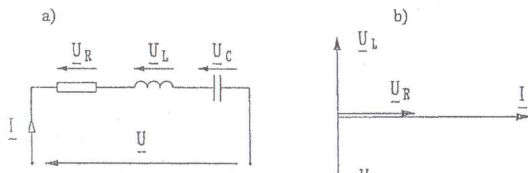
11.1.1. Rezonans szeregowego układu elementów R L C

Jeśli napięcie źródłowe jest sinusoidalne

$$u = U_m \sin \omega t \quad (11.1)$$

i parametry elementów obwodu R, L, C są stałe, to obwód z rys.11. 1a scharakteryzowany jest impedancją

$$Z = R + j(X_L - X_C) \quad (11.2)$$



Rys.11.1.a) szeregowy obwód rezonansowy, b) wykres wskazowy prądu i napięcia.

Rezonans fazowy będzie miał miejsce gdy

$$X = X_L - X_C = 0 \quad (11.3)$$

to znaczy, jeśli zachodzić będzie równość:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (11.4)$$

Z warunku widać, że rezonans można osiągnąć zmieniając częstotliwość źródła zasilającego, albo parametry obwodu L lub C. Częstotliwość, przy której następuje rezonans nosi nazwę częstotliwości rezonansowej

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ pulsacja } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (11.5)$$

Impedancja obwodu będzie równa rezystancji i przy stałej wartości skutecznej napięcia zasilającego U prąd I osiągnie wartość maksymalną I_R

$$I_R = \frac{U}{R} \quad (11.6)$$

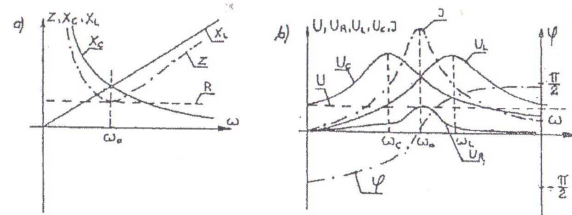
W przypadku rezonansu gałęzi szeregowy elementów R,L,C rezonans fazowy oraz rezonans amplitudowy występują przy tej samej częstotliwości rezonansowej f_0 .

Charakterystyki częstotliwościowe, które są przedmiotem analizy obwodów rezonansowych to zależności modułów impedancji, prądu, napięć na

elementach oraz kąta fazowego obwodu w funkcji częstotliwości bądź pulsacji przy stałej wartości napięcia zasilającego i parametrów obwodu. Dla szeregowego obwodu R, L, C mamy:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} ; Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \\ U_L &= X_L \cdot I ; U_C = X_C \cdot I ; U_R = R \cdot I ; \varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \end{aligned} \right\} \quad (11.7)$$

Wykresy charakterystyk częstotliwościowych przedstawiono na rys.11.2.



Rys.11.2. Charakterystyki częstotliwościowe szeregowego obwodu rezonansowego R, L, C. a) impedancja obwodu, b) napięcia, prąd i kąt fazowy.

Największe wartości napięć na indukcyjności i pojemności występują dla pulsacji

$\omega \neq \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Pulsację ω_L , dla której występuje maksymalna wartość napięcia na indukcyjności obliczyć można z równania:

$$\frac{dU_L}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega_L = \frac{1}{\sqrt{LC - \frac{1}{2}R^2C^2}} ; \quad (11.8)$$

a więc jest większa od pulsacji rezonansowej ω_0 .

Pulsacja ω_C , dla której występuje maksymalna wartość napięcia na pojemności wyznaczona z równania

$$\frac{dU_C}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}} \quad (11.9)$$

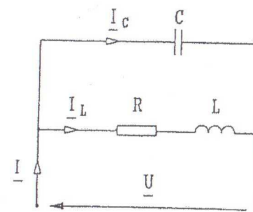
więc maksimum napięcia na pojemności występuje dla pulsacji mniejszej od pulsacji rezonansowej.

Podstawiając wyrażenia na ω_L i ω_C odpowiednio do zależności (11.7) określić można maksymalne wartości tych napięć. Po wykonaniu rachunków okazuje się, że:

$$U_{C \max} = U_{L \max} = \frac{U \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}{R \cdot \sqrt{1 - \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}}}} \quad (11.10)$$

11.1.2. Rezonans w obwodzie o dwóch gałęziach równoległych

Biorąc przykładowo obwód złożony z dwóch gałęzi równoległych jak na rys.11.3:



Rys.11.3. Dwójnik R, L, C.

Admitancja takiego dwójnika wynosi:

$$Y = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \left(\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} - \omega C \right) = G + jB \quad (11.11)$$

Przyrównując część urojoną admitancji do zera, otrzymujemy warunek rezonansu fazowego

$$\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \omega C \quad (11.12)$$

Z warunku tego obliczymy pulsację rezonansową

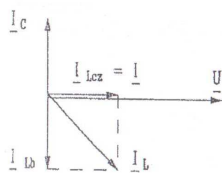
$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}, \quad \text{gdzie } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (11.13)$$

Ponieważ ω jest liczbą rzeczywistą więc rezonans w analizowanym dwójniku wystąpi tylko wtedy gdy parametry obwodu spełniały będą dodatkowy warunek

$$1 - \frac{CR^2}{L} > 0 \quad (11.14)$$

Z warunku rezonansu (11.12) można wyznaczyć przy stałej pulsacji wartości rezonansowe innych parametrów obwodu L, C, R.

Wykres wskazowy układu w stanie rezonansu przedstawia rys.11.4.



Rys. 11.4. Wykres wektorowy obwodu z rys. 11.3. (rezonans fazowy).

Składowa bierna prądu gałęzi pojemnościowej jest równa składowej biernej prądu gałęzi indukcyjnej. Zbadajmy obecnie rezonans amplitudowy analizowanego dwójnika.

Prąd I osiągnie wartość minimalną wtedy, gdy moduł admittancji dwójnika Y dany zależnością

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad (11.15)$$

osiągnie również wartość minimalną.

Pulsację rezonansu amplitudowego ω_{ra} możemy wyznaczyć z zależności

$$\frac{dY}{d\omega} = 0 \quad (11.16)$$

Tracąc trochę na ogólności rozwiązania, obliczenia przeprowadzić można dla konkretnych wartości liczbowych. Przy danych parametrach $C = 0.25$ F, $L = 1$ H, $R = 1$ Ω otrzymamy

$$G = \frac{1}{1 + \omega^2}; \quad B = \frac{0.25 \cdot \omega (\omega^2 - 3)}{\omega^2 + 1} \quad (11.17)$$

więc
$$Y = \frac{\sqrt{\omega^6 - 6\omega^4 + 9\omega^2 + 16}}{4(\omega^2 + 1)}$$

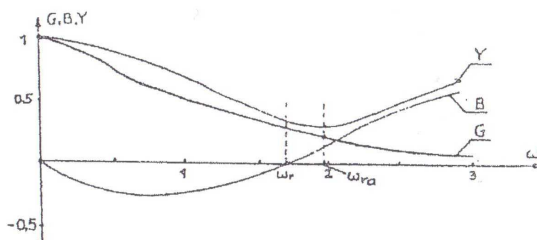
Z obliczeń wynika, że jedynym pierwiastkiem równania (11.16) jest wartość pulsacji rezonansu amplitudowego $\omega_{ra} = 1.975$.

Z warunku rezonansu fazowego $B = 0$ mamy

$$\omega^2 - 3 = 0 \Rightarrow \omega_r \sqrt{3} \approx 1.732$$

Wartość pulsacji rezonansu fazowego jest inna niż wartość pulsacji rezonansu amplitudowego.

Na rys. 11.5 przedstawiono graficznie zależności admittancji dwójnika w funkcji pulsacji.



Rys. 11.5. Charakterystyki częstotliwościowe admittancji dwójnika z rys. 11.3. o danych $C = 0.25$ F, $L = 1$ H, $R = 1$ Ω .

11.1.3. Wielkości charakteryzujące obwód rezonansowy

a) Dobroć obwodu rezonansowego

$$Q = \left(\frac{\text{wartosc składowej biernej pojemnościowej lub indukcyjnej}}{\text{wartosc składowej czynnej}} \right) \omega = \omega_r$$

W stanie rezonansu w obwodzie szeregowym RLC dobroć cewki

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R} \text{ jest równa dobroci kondensatora } Q_C = \frac{1}{R \omega_0 C}; \text{ oznaczmy ją literą } Q$$

Q i nazywamy dobrocią obwodu szeregowego

$$Q = \frac{\rho}{R} \quad (11.18)$$

gdzie $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ jest impedancją charakterystyczną lub falową obwodu.

W obwodzie równoległym w stanie rezonansu dobroć obwodu określona jest wzorem

$$Q = \frac{R}{\rho} \quad (11.19)$$

Należy więc zwrócić uwagę, że wzory (11.18) i (11.19) określające dobroć są nierozłącznie związane z układem połączeń i nie mają charakteru ogólnego. Wychodząc z przesłank energetycznych dobroć możemy określić ogólnie bez względu na układ połączeń.

Dobrocią nazywamy pomnożony przez czynnik 2π stosunek energii układu do energii traconej w ciągu okresu w elemencie rezystancyjnym

$$Q = 2\pi \frac{W_{ukl}}{W_R(T)} \quad (11.20)$$

Uwzględniając, że $W_R(T) = P \cdot T = P \frac{1}{f_0} = 2\pi P \frac{1}{\omega_0}$, wyrażamy dobroć w postaci

$$Q = \omega_0 \frac{W_{ukl}}{P} \quad (11.21)$$

b) Szerokość pasma b

Szerokością pasma przepuszczania b nazywamy różnicę dwóch częstotliwości

$$b = f_{45^\circ} - f_{-45^\circ} \quad (11.22)$$

gdzie:

f_{45° - częstotliwość, przy której kąt fazowy impedancji układu szeregowego, bądź kąt fazowy impedancji układu równoległego jest równy 45° ,

f_{-45° - oznacza częstotliwość, przy której wymieniony kąt fazowy jest równy -45° .

W paśmie przepuszczania moc czynna pobierana w obwodzie szeregowym RLC

jest równa co najmniej połowie mocy rezonansowej $P \geq \frac{1}{2} P_r$, lub wartości

skutecznej prądu $I \geq \frac{1}{\sqrt{2}} I_r$.

c) Rozstrojenie względne v

Rozstrojenie względne v zdefiniowane jest przez zależność

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \quad (11.23)$$

Dla szeregowego obwodu R, L, C wymienione wielkości można zapisać:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}; b = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} \quad (11.24)$$

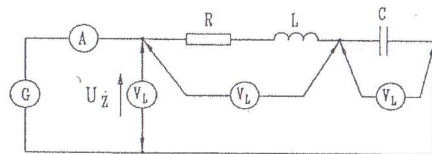
W paśmie przepuszczenia wartość prądu I w obwodzie szeregowym nie

zmniejsza się poniżej $\frac{1}{\sqrt{2}}$ prądu maksymalnego, który występuje dla $\omega = \omega_0$

11.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

11.2.1. Charakterystyki częstotliwościowe w obwodzie szeregowym R, L, C

W układzie podanym na rys.11.6. należy zmierzyć zależności napięć na elementach R, L, C oraz prądu w obwodzie w funkcji częstotliwości, przy zasilaniu napięciem o stałej wartości skutecznej U_Z .



Rys.11.6. Układ do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych szeregowego obwodu R, L, C.

Oznaczenia na rysunku:

G - generator RC z wyjściem mocy o częstotliwości 20-150 Hz,

A - amperomierz prądu przemiennego,

V_L - woltomierz elektroniczny napięcia przemiennego.

Pomiary należy wykonać dla różnych wartości rezystancji R. Wyniki pomiarów i obliczeń umieścić w tabelcy 11.1.

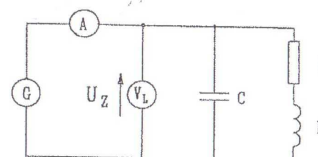
Tabela 11.1

Lp.	C=			L=					
	U_Z V	f Hz	I A	U_{RL} V	U_C V	Z Ω	X_C Ω	X_L Ω	R Ω
1									R ₁
.									
.									
15									
1									R ₂
.									
.									
15									

W sprawozdaniu należy wykreślić zależności $U_C = F_1(f)$, $U_{RL} = F_2(f)$, $I = F_3(f)$ na jednym rysunku oraz zależności $Z = F_4(f)$, $X_L = F_5(f)$, $X_C = F_6(f)$ na drugim rysunku. Na podstawie wykresów obliczyć dobrotę i szerokość pasma przepuszczania obwodu.

11.2.2. Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych równoległego obwodu rezonansowego

Badania i pomiary wykonujemy w układzie, którego schemat pokazano na rys.11.7.



Rys.11.7. Układ do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych

Oznaczenia na rysunku:

G - generator R,

A - miliamperomierz prądu przemiennego,

V_L - woltomierz napięcia przemiennego.

Dla dwóch wartości pojemności C wykonać pomiary prądu przy zmieniającej się częstotliwości i stałej wartości skutecznej napięcia U_Z . Wyniki pomiarów i obliczeń zestawzić w tabelcy 11.2.

Tabela 11.2

Lp.	C=		R=	
	U_Z V	f Hz	I mA	Z Ω
1				
.				
.				
15				

W sprawozdaniu na podstawie wykresów $Z = F(f)$ oraz $I = F'(f)$ określić tłumienie dla badanych obwodów rezonansowych. Wyznaczyć teoretycznie częstotliwości rezonansowe i porównać je z wyznaczonymi w czasie pomiarów.

Ćwiczenie 12

OBWODY MAGNETYCZNIE SPRZĘŻONE

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z własnościami i metodami badania obwodów zawierających rzeczywiste elementy sprzężone indukcyjnie.

12.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

12.1.1. Wprowadzenie

Zmiana strumienia magnetycznego, skojarzonego z elementem indukcyjnym (cewką) uwarunkowana zmianą natężenia prądu w tym elemencie powoduje zjawisko indukcji własnej. Zjawisko to polega na indukowaniu się siły elektromotorycznej na zaciskach cewki wg zależności:

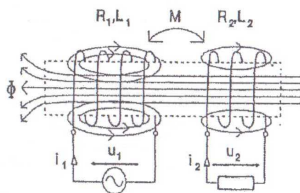
$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad (12.1)$$

gdzie L oznacza indukcyjność własną cewki.

Zmiana strumienia magnetycznego skojarzonego z elementem indukcyjnym i uwarunkowana zmianą prądu w innym elemencie indukcyjnym położonym w jego sąsiedztwie, powoduje zjawisko indukcji wzajemnej. Obwody z elementami indukcyjnymi, w których indukuje się napięcie indukcji wzajemnej, noszą nazwę obwodów magnetycznie sprzężonych. Miarą oddziaływania pól magnetycznych tych elementów jest tzw. współczynnik indukcyjności wzajemnej M . Indukcyjność wzajemna zależy od wartości indukcyjności własnych L_1 i L_2 obu cewek wg zależności:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (12.2)$$

gdzie k oznacza współczynnik sprzężenia magnetycznego obu cewek.



Rys.12.1. Dwie cewki sprzężone magnetycznie.

Współczynnik sprzężenia jest zawsze mniejszy od jedności, gdyż strumień magnetyczny wywołany prądem w jednym z elementów nie całkowicie jest skojarzony z drugim elementem (rys.12.1) ponieważ występuje zjawisko rozproszenia magnetycznego. W radiotechnice wyróżnia się cztery rodzaje sprzężeń między cewkami:

- bardzo słabe $0 < k < 0.01$
- słabe $0.01 < k < 0.05$
- silne $0.05 < k < 0.9$
- bardzo silne $0.9 < k < 1$

Zmianę sprzężenia magnetycznego między dwoma elementami (cewkami) można osiągnąć poprzez zmianę położenia elementów względem siebie lub poprzez zastosowanie np. w cewkach, rdzenia z ciała ferromagnetycznego. Tego rodzaju wzmocnienie sprzężenia jest zastosowane w transformatorach i maszynach elektrycznych.

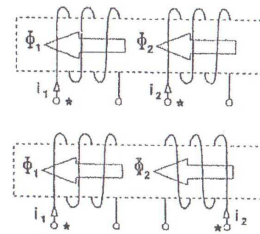
W przypadku dwóch cewek rzeczywistych sprzężonych magnetycznie (rys.12.1) napięcie na zaciskach każdej z nich określają równania:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (12.3)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (12.4)$$

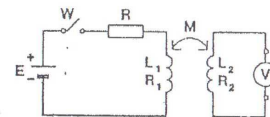
Znaki w równaniach (12.3), (12.4) zależne są od umownych zwrotów prądów przyjętych za dodatnie względem zacisków jednoimiennych. Zaciski jednoimienne dwóch elementów indukcyjnych sprzężonych magnetycznie przyjmuje się w sposób następujący: jeżeli strumienie magnetyczne, wytworzone przez prądy i_1 oraz i_2 mają zwroty zgodne, to prądy te muszą wpływać do (wypływać od)

zacisków jednoimiennych (rys.12.2). Zaciski jednoimienne cewek oznacza się symbolicznie gwiazdką lub kropką.



Rys.12.2. Oznaczanie zacisków jednoimiennych.

Znak "+" (sprzężenie dodatnie) przy wyrażeniach $M \cdot (di/dt)$ w równaniach (12.3), (12.4) odnosi się do przypadku, gdy jednocześnie oba prądy i_1 oraz i_2 dopływają do zacisków jednoimiennych lub jednocześnie z nich wypływają. W pozostałych przypadkach występuje sprzężenie ujemne i obowiązuje znak "-". Praktyczny sposób wyznaczania zacisków jednoimiennych polega na zastosowaniu obwodu ze źródłem napięcia stałego i woltomierzem magnetoelektrycznym (rys.12.3).



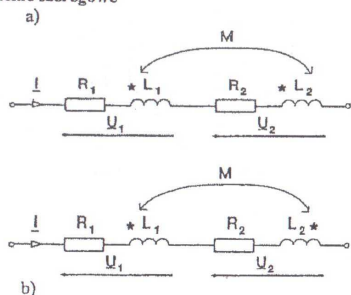
Rys.12.3 Układ do wyznaczania zacisków jednoimiennych.

Zaciski cewek połączonych z zaciskiem plus źródła napięcia i zaciskiem plus woltomierza (rys.12.3) stanowią parę zacisków jednoimiennych, jeżeli wskazówka woltomierza odchyła się w prawo.

12.1.2. Rzeczywiste cewki sprzężone magnetycznie zasilane napięciem sinusoidalnym

Rozpatrzmy dwie cewki rzeczywiste o rezystancjach R_1 i R_2 oraz indukcyjnościach własnych L_1 i L_2 sprzężone między sobą indukcyjnie w różnych układach połączeń.

12.1.2.1. Połączenie szeregowe



Rys.12.4. Szeregowe połączenie elementów magnetycznie sprzężonych: a) dodatnio (zgodnie), b) ujemnie (przeciwnie).

Dla wymuszenia sinusoidalnego w stanie ustalonym równania (12.3) i (12.4) można zapisać w postaci symbolicznej:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot I_1 \pm j\omega M \cdot I_2 = Z_1 \cdot I_1 + Z_M \cdot I_2 \quad (12.5)$$

$$\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2) \cdot I_2 \pm j\omega M \cdot I_1 = Z_2 \cdot I_2 + Z_M \cdot I_1 \quad (12.6)$$

Zgodnie z prawami Kirchhoffa dla sprzężenia zgodnego otrzymamy:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = [R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)] \cdot I = Z_z \cdot I \quad (12.7)$$

natomiast dla sprzężenia przeciwnego:

$$\underline{U} = [R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)] \cdot I = Z_p \cdot I \quad (12.8)$$

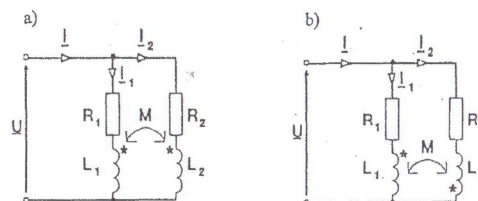
Z zależności tych wynika, że wartość impedancji dla połączenia zgodnego (Z_z) jest większa od wartości impedancji dla połączenia przeciwnego (Z_p). Dla elementów indukcyjnych, których współczynnik sprzężenia nie ulega zmianie, można więc poprzez wyznaczenie impedancji dwóch połączeń określić zaciski jednoimienne.

Z równań (12.7) i (12.8) można wyznaczyć indukcyjność wzajemną M :

$$M = \frac{Z_z - Z_p}{4 \cdot j \cdot \omega} = \frac{Z_z^2 - Z_p^2}{8 \cdot \omega^2 \cdot (L_1 + L_2)} \quad (12.9)$$

12.1.2.2. Połączenie równoległe

Schemat połączenia równoległego dwóch cewek indukcyjnych sprzężonych magnetycznie przedstawia rys.12.5.



Rys.12.5. Równoległe połączenie elementów magnetycznie sprzężonych: a) dodatnio (zgodnie), b) ujemnie (przeciwnie).

Zgodnie z prawami Kirchhoffa, uwzględniając zależności (12.5), (12.6) otrzymujemy wyrażenie:

$$\underline{U} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 \mp 2 \cdot Z_M} \cdot I = Z \cdot I \quad (12.10)$$

przy czym znak "-" dotyczy sprzężenia zgodnego, natomiast znak "+" sprzężenia przeciwnego.

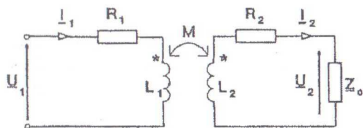
Z zależności (12.10) wynika, że impedancja zastępcza połączenia równoległego dwóch elementów indukcyjnych wynosi:

$$\underline{Z} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 \mp 2 \cdot Z_M} \quad (12.11)$$

a jej składowa czynna i bierna są zależne od pulsacji wymuszenia, co nie zachodzi przy połączeniu szeregowym.

12.1.3. Transformator powietrzny

Transformatorem powietrznym (bezdzielnym) nazywamy układ dwóch cewek magnetycznie sprzężonych, nawiniętych na rdzeniu z materiału nieferromagnetycznego, nie połączonych ze sobą elektrycznie. Sprężenie magnetyczne pomiędzy uzwojeniami transformatora tego typu nie jest zbyt dobre i przeważnie charakteryzuje się on dużym rozproszeniem. Transformatory takie znajdują zastosowanie w urządzeniach wielkiej częstotliwości, w miernictwie elektrycznym i automatyce.



Rys.12.6. Schemat transformatora powietrznego.

Równania napięciowe dla obwodów pierwotnej i wtórnej są następujące:

$$(R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1) \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = \underline{U}_1 \quad (12.12)$$

$$(R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2) \cdot I_2 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_1 = -\underline{U}_2 = -\underline{Z}_p \cdot I_2 \quad (12.13)$$

Prąd strony pierwotnej transformatora, przy zadanym napięciu zasilającym \underline{U}_1 zależy od parametrów obu uzwojeń oraz impedancji obciążenia:

$$I_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2 + \underline{Z}_0}} \quad (12.14)$$

Impedancję wejściową transformatora powietrznego określa zależność:

$$\underline{Z}_{we} = R_{we} + j \cdot X_{we} = \frac{\underline{U}_1}{I_1} = R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2 + \underline{Z}_0} \quad (12.15)$$

W przypadku gdy obciążenie transformatora stanowi rezystancja ($\underline{Z}_0=R_0$), wtedy:

$$R_{we} = R_1 + \frac{\omega^2 \cdot M^2 \cdot (R_2 + R_0)}{(R_2 + R_0)^2 + \omega^2 \cdot L_2^2} \quad (12.16)$$

$$X_{we} = \omega \cdot \left(L_1 - \frac{\omega^2 \cdot M^2 \cdot L_2}{(R_2 + R_0)^2 + \omega^2 \cdot L_2^2} \right) \quad (12.17)$$

Z powyższych wzorów wynika, że obwód wtórny transformatora sprzężony magnetycznie z obwodem pierwotnym powoduje zwiększenie rezystancji i zmniejszenie reaktancji obwodu wejściowego.

12.2. WYKONANIE ĆWICZENIA

12.2.1. Wyznaczanie parametrów pojedynczych cewek

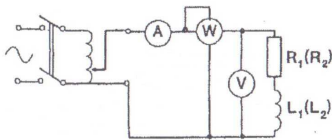
Parametry cewek wyznaczamy na podstawie pomiarów napięcia, prądu i mocy w układzie zestawionym wg schematu z rys.12.7.

Pomiarów dokonujemy dla każdej z dwóch cewek osobno, przy trzech różnych wartościach napięcia zasilającego. Wyniki pomiarów notujemy w tablicy 12.1.

Tablica 12.1

cewka	Lp.	Pomiary			Obliczenia			
		U	I	P	Z	R	X_L	L
		V	A	W	Ω	Ω	Ω	mH
1	1							
	2							
	3							
2	1							
	2							
	3							

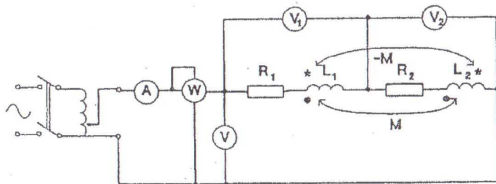
R₁ =L₁ =R₂ =L₂ =



Rys.12.7. Schemat układu do wyznaczania parametrów cewek.

12.2.2. Połączenie szeregowe.

Pomiarów dokonujemy dla jednakowej wartości napięcia zasilającego dla zgodnego i przeciwnego połączenia cewek usytuowanych w różnych odległościach l od siebie w układzie pomiarowym przedstawionym na rys.12.8. Wyniki pomiarów notujemy w tablicy 12.2.



Rys.12.8. Układ pomiarowy przy szeregowym połączeniu cewek.

Tablica 12.2

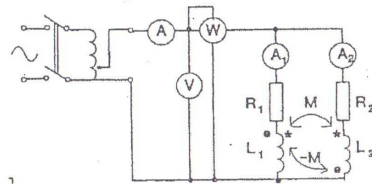
sp.- ze- nie	Lp.	Pomiary						Obliczenia				
		I	U	U ₁	U ₂	I	P	Z	cosφ	X	M	k
		cm	V	V	V	A	W	Ω	---	Ω	mH	--
+	1	0										
	2	5										
	3	10										
	4	15										
	5	19										
-	1	0										
	2	5										
	3	10										
	4	15										
	5	19										

Należy podać przykład obliczeń wielkości Z , $\cos\phi$, X , M , k , oraz zapisać równanie bilansu napięć w obwodzie i sporządzić odpowiadający mu wykres wskazowy prądu i napięć dla jednego z pomiarów przy sprzężeniu dodatnim oraz przy sprzężeniu ujemnym.

Na podstawie pomiarów i obliczeń należy przedstawić na wspólnym wykresie krzywe $X=f(l)$, $M=f(l)$, $k=f(l)$ dla obu sprzężeń.

12.2.3. Połączenie równoległe.

Pomiary wykonujemy dla jednakowej wartości napięcia zasilającego dla zgodnego i przeciwnego połączenia cewek usytuowanych w różnych odległościach l od siebie w układzie pomiarowym przedstawionym na rys.12.9. Wyniki pomiarów notujemy w tablicy 12.3.



Rys.12.9. Układ pomiarowy przy równoległym połączeniu cewek.

Tablica 12.3

sp.- ze- nie	Lp.	Pomiary						Obliczenia		
		I	I	I ₁	I ₂	U	P	Z	R	X
		cm	A	A	A	V	W	Ω	Ω	Ω
+	1	0								
	2	5								
	3	10								
	4	15								
	5	19								
-	1	0								
	2	5								
	3	10								
	4	15								
	5	19								

M = ...

k = ...

Podać przykład obliczeń wielkości Φ_u , R_O , Z_{we} , R_{we} , X_{we} . Ponadto należy wykreślić cztery dowolnie wybrane zależności spośród proponowanych: $U_2=f(R_O)$, $I_1=f(R_O)$, $I_2=f(R_O)$, $Z_{we}=f(R_O)$, $P=f(R_O)$, $\Phi_u=f(R_O)$, $R_{we}=f(R_O)$, $X_{we}=f(R_O)$, oraz sporządzić wykres wskazowy prądów i napięć transformatora dla jednej z mierzonych wartości rezystancji obciążenia R_O .

12.3. PYTANIA SPRAWDZAJĄCE

1. Podać definicję indukcyjności własnej cewki.
2. Omówić praktyczne metody wyznaczania indukcyjności własnej.
3. Na czym polega zjawisko indukcyjności wzajemnej?
4. Jakie zaciski nazywamy jednoimiennymi?
5. Podać praktyczny sposób oznaczania zacisków jednoimiennych.
6. Co to jest współczynnik sprzężenia magnetycznego i od czego zależy jego wartość?
7. Wyznaczyć zależność określającą impedancję dwóch cewek sprzężonych magnetycznie połączonych szeregowo zgodnie i przeciwnie.
8. Dla jakiego rodzaju sprzężenia impedancja dwóch elementów indukcyjnych połączonych szeregowo jest większa przy zachowaniu tej samej wartości współczynnika sprzężenia?
9. Kiedy indukcyjność zastępcza dwóch cewek połączonych równolegle i sprzężonych (nie sprzężonych) magnetycznie nie będzie zależała od częstotliwości?
10. Podać wzory na obliczanie impedancji zastępczej układu rzeczywistych cewek sprzężonych połączonych dowolnie.
11. Omówić doświadczalne sposoby wyznaczania współczynnika indukcyjności wzajemnej cewek magnetycznych.
12. Narysować wykres wskazowy prądu i napięcia dla dwóch cewek sprzężonych magnetycznie połączonych szeregowo zgodnie i przeciwnie.
13. Narysować wykres wskazowy prądów i napięć dla dwóch cewek sprzężonych magnetycznie połączonych równolegle zgodnie i przeciwnie.
14. Omówić zasadę działania transformatora powietrznego.
15. Narysować schemat zastępczy transformatora powietrznego.
16. Zapisać równania napięciowe dla dowolnie obciążonego transformatora powietrznego i narysować wykres wskazowy jego prądów i napięć.
17. Zdefiniować impedancję wejściową transformatora powietrznego.
18. Wyprowadzić wzór na impedancję wejściową transformatora powietrznego obciążonego pojemnościowo.

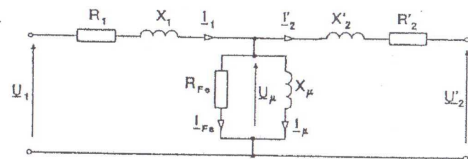
Ćwiczenie 13

PARAMETRY SCHEMATU ZASTĘPCZEGO TRANSFORMATORA JEDNOFAZOWEGO

13.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Schemat zastępczy transformatora odwzorowuje za pomocą idealnych elementów R , L , C zachowanie się transformatora w różnych warunkach pracy, zarówno w stanie ustalonym jak i nieustalonym. Dla częstotliwości sieciowej można pominąć wpływ pojemności wewnętrznych transformatora i schemat zastępczy przedstawić przy pomocy elementów R , L .

Istnieją trzy rodzaje schematów zastępczych stosowanych dla transformatorów: typu T, Γ oraz Π . Schemat typu T jest stosowany najczęściej, ponieważ najlepiej oddwarza zjawiska elektromagnetyczne w transformatorze przy częstotliwości sieciowej (rys.13.1).



Rys.13.1. Schemat zastępczy transformatora jednofazowego.

W schemacie reakcja X_{μ} odwzorowuje pobór prądu magnesującego I_{μ} wzbudzającego strumień główny Φ . Prąd I_{μ} jest składową bierną prądu I_0 pobieranego przez transformator w stanie jałowym. Rezystancja R_{Fe} odwzorowuje straty mocy czynnej w rdzeniu transformatora powodowane przez

strumień główny, czyli straty stanu jałowego transformatora pokrywane przez składową czynną I_{Fe} prądu w stanie jałowym. Elementy X_{μ} i R_{Fe} tworzą gałąź poprzeczną schematu przedstawianą zwykle w układzie równoległym, jakkolwiek można je przeliczyć na układ szeregowy.

Reaktancje X_1 i X_2' zwane reaktancjami rozproszenia, odpowiednio uzwojenia pierwotnego i wtórnego, związane są ze strumieniem rozproszenia. Rezystancje R_1 i R_2' odwzorowują straty obciążeniowe w transformatorze. Wielkości R_2' i X_2' są sprowadzone do obwodu pierwotnego.

13.1.1. Przekładnia transformatora. Sprowadzanie wielkości obwodu wtórnego do obwodu pierwotnego

Siły elektromotoryczne indukowane w uzwojeniach transformatora przez główny strumień magnetyczny określamy z zależności:

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot z_1 \cdot \Phi_m \quad (13.1a)$$

$$E_2 = 4,44 \cdot f \cdot z_2 \cdot \Phi_m \quad (13.1b)$$

Stosunek sił elektromotorycznych oznaczamy symbolem ϑ i nazywamy przekładnią transformatora

$$\vartheta = \frac{E_1}{E_2} = \frac{z_1}{z_2} \quad (13.2)$$

Jeżeli nie są znane liczby zwojów z_1 i z_2 uzwojeń, wówczas przekładnię wyznaczamy mierząc napięcie na zaciskach transformatora w stanie jałowym

$$\vartheta = \frac{U_{10}}{U_{20}} \quad (13.3)$$

Wyznaczona w ten sposób przekładnia napięciowa transformatora jest tym bliższa przekładni zwojowej im mniejszy jest prąd jałowy I_0 transformatora.

Sprowadzanie wielkości obwodu wtórnego do obwodu pierwotnego dokonujemy w/g zależności:

$$U_2' = \vartheta \cdot U_2 \quad I_2' = \frac{1}{\vartheta} \cdot I_2 \quad (13.4)$$

$$R_2' = \vartheta^2 \cdot R_2 \quad X_2' = \vartheta^2 \cdot X_2$$

13.1.2. Pomiar rezystancji uzwojeń

Pomiar wykonujemy w układzie prądu stałego metodą techniczną, mierząc rezystancje obu uzwojeń transformatora. Rezystancję zwarcia obliczamy ze wzoru

$$R_{zs} = R_{1s} + R_{2s}' \quad (13.5)$$

gdzie s oznacza, że pomiaru dokonano przy prądzie stałym.

13.1.3. Pomiar reaktancji rozproszenia

Wyznaczenie reaktancji rozproszenia osobno dla każdego uzwojenia transformatora jest trudne. Można przyjąć z dostateczną dokładnością, że

$$X_1 = X_2' \quad (13.6)$$

Z pomiarów w stanie zwarcia transformatora wyznaczamy reaktancję zwarcia X_z . Uwzględniając (13.6) otrzymujemy

$$X_1 = X_2' = \frac{X_z}{2} \quad (13.7)$$

13.1.4. Wyznaczanie parametrów gałęzi poprzecznej schematu zastępczego

Parametry gałęzi poprzecznej R_{Fe} i X_{μ} wyznaczamy z pomiarów stanu jałowego transformatora. Moc pobierana przez transformator w stanie jałowym jest równa stratom mocy w rdzeniu, ponieważ straty mocy w uzwojeniach, ze względu na nieznaczny w stosunku do prądu obciążenia prąd jałowy, są do pominięcia. Można przyjąć z dostateczną dokładnością, że

$$U_{10} = U_{\mu}$$

Składową czynną prądu jałowego obliczamy ze wzoru

$$I_{Fe} = \frac{P_0}{U_{10}} \quad (13.8)$$

składową bierną

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} \quad (13.9)$$

Mając wyznaczone obie składowe prądu obliczamy parametry gałęzi poprzecznej

$$R_{Fe} = \frac{U_{10}}{I_{Fe}} \quad X_{\mu} = \frac{U_{10}}{I_{\mu}} \quad (13.10)$$

13.1.5. Wykres wskazowy transformatora

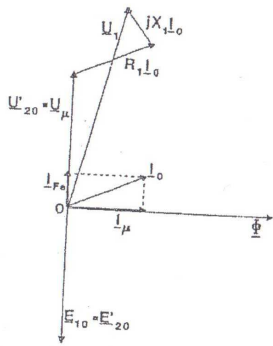
Schemat zastępczy przedstawiony na rys.13.1 opisuje układ równań

$$U_1 = U_{\mu} + (R_1 + jX_1) \cdot I_1$$

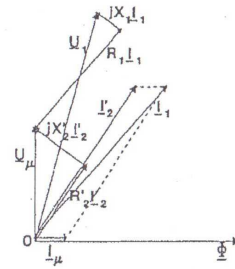
$$U_{\mu} = U_2' + (R_2' + jX_2') \cdot I_2'$$

Na podstawie schematu zastępczego i powyższych równań można narysować wykres wskazowy transformatora. Poniżej podano wykresy wskazowe dla trzech stanów pracy transformatora:

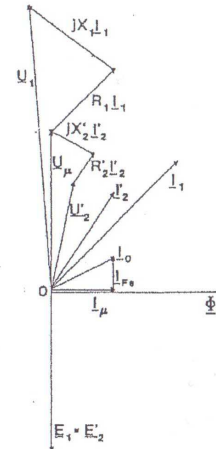
- stanu jałowego (rys.13.2)
- stanu zwarcia (rys.13.3)
- stanu obciążenia o charakterze indukcyjnym (rys.13.4)



Rys.13.2. Wykres wskazowy stanu jałowego transformatora.



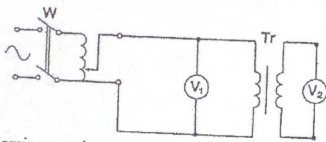
Rys.13.3. Wykres wskazowy stanu zwarcia transformatora.



Rys.13.4. Wykres wskazowy transformatora obciążonego odbiornikiem indukcyjnym o $\cos\varphi=0.8$.

13.2 WYKONANIE ĆWICZENIA

13.2.1 Pomiar przekładni transformatora



Rys.13.5. Układ pomiarowy do wyznaczania przekładni transformatora.

Zestawiamy układ pomiarowy przedstawiony na rys.13.5. Autotransformatorem zmieniamy wartość napięcia po stronie pierwotnej transformatora przy rozwartym uzwojeniu wtórnym.

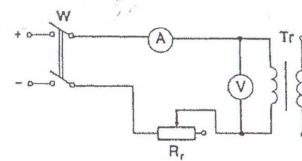
Wartości zmierzonych napięć i obliczeń zestawiamy w tabelicy 13.1.

Tabela 13.1

Lp.	U ₁₀	U ₂₀	ϕ
	V	V	
1			
2			
3			
ϕ =			

13.2.2. Pomiar rezystancji uzwojeń

Rezystancje uzwojeń mierzymy prądem stałym metodą techniczną według schematu połączeń z rys.13.6. Opornikiem R_r zmieniamy wartość prądu w obwodzie, dokonując kilku odczytów napięcia i prądu. Pomiar przeprowadzamy szybko, by nie dopuścić do nagrzania się uzwojeń transformatora. Można wówczas przyjąć, że pomierzone wartości rezystancji dotyczą temperatury otoczenia. Zmierzona rezystancja jest przeliczana do temperatury umownej 75°C. W ćwiczeniu pozostaniemy przy wartościach odpowiadających temperaturze otoczenia. Wyniki pomiarów i obliczeń notujemy w tabelicy 13.2. Następnie obliczamy wartość rezystancji uzwojenia wtórnego sprowadzoną do obwodu pierwotnego oraz rezystancję zwarcia R_Z. W obliczeniach stosujemy wzory (13.4) i (13.5).



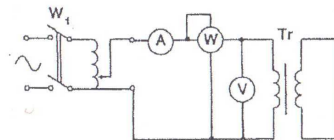
Rys.13.6. Układ pomiarowy do wyznaczania rezystancji uzwojeń transformatora.

Tabela 13.2

Lp.	Uzwojenie pierwotne			Uzwojenie wtórne		
	U	I	R ₁	U	I	R ₂
	V	A	Ω	V	A	Ω
1						
2						
3						
R _{1s} =			R _{2s} =			

13.2.3. Stan zwarcia transformatora

Zestawiamy układ przedstawiony na rys.13.7. Autotransformatorem zmieniamy napięcie zasilające od 0 do wartości, przy której prąd zwarcia osiągnie wartość 1,2·I_N.



Rys.13.7. Układ pomiarowy do badania stanu zwarcia transformatora.

Na podstawie wyników pomiarów wykonujemy obliczenia zgodnie z zależnościami:

$$Z_Z = \frac{U_{1z}}{I_{1z}}$$

$$R_Z = \frac{\Delta P_Z}{I_{1z}^2}$$

$$X_Z = \sqrt{Z_Z^2 - R_Z^2}$$

Wyniki obliczeń i pomiarów notujemy w tabelicy 13.3.

Reaktancje rozproszenia uzwojeń obliczamy ze wzoru (13.7). Rezystancje uzwojeń pomierzone prądem stałym należy zwiększyć w takim stosunku, w jakim zwiększyła się rezystancja zwarcia zmierzona w stanie zwarcia transformatora w stosunku do rezystancji zwarcia wyznaczonej w punkcie 13.2.2. Rezystancje uzwojeń określamy zatem wzorami:

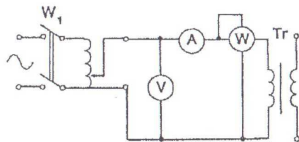
$$R_1 = \frac{\bar{R}_z}{R_{zs}} \cdot \bar{R}_{1s}$$

$$R_2' = \frac{\bar{R}_z}{R_{zs}} \cdot \bar{R}_{2s}'$$

Tabela 13.3

Lp.	U_{1z}	I_{1z}	ΔP_z	Z_z	R_z	X_z
	V	A	W	Ω	Ω	Ω
1						
2						
3						
				$\bar{Z}_z =$	$\bar{R}_z =$	$\bar{X}_z =$

13.2.4. Stan jałowy transformatora



Rys.13.8. Układ pomiarowy do badania stanu jałowego transformatora.

Zstawiamy układ przedstawiony na rys.13.8. Wartość napięcia zasilającego zmieniamy autotransformatorem w granicach 0 do $1.3 \cdot U_n$. W celu otrzymania dokładniejszych wskazań amperomierza i watomierza, należy zasilić transformator od strony uzwojenia dolnego. Wyniki odczytów należy wówczas odnieść do uzwojenia górnego, zgodnie z:

$$U_{og} = \vartheta \cdot U_{od}$$

$$I_{og} = \frac{1}{\vartheta} \cdot I_{od}$$

Obliczenia I_{Fe} , I_{μ} , R_{Fe} , X_{μ} wykonujemy zgodnie z wzorami (13.8), (13.9) i (13.9).

Wyniki pomiarów i obliczeń notujemy w tabelicy 13.4.

Tabela 13.4

Lp.	$U_{10}=U_{0z}$	$I_{10}=I_{0z}$	P_0	I_{Fe}	I_{μ}	R_{Fe}	X_{μ}
	V	A	W	A	A	Ω	Ω
						$\bar{R}_{Fe} =$	$\bar{X}_{\mu} =$

13.2.5. Schemat zastępczy i wykresy wskazowe

Rysujemy schemat zastępczy zgodnie z rys.13.1. Wykonujemy wykresy wskazowe dla:

- stanu jałowego,
- stanu zwarcia,
- stanu obciążenia mocą znamionową o współczynniku mocy $\cos\varphi=0.8 \text{ ind.}$