

# Laboratorium teorii pola elektromagnetycznego

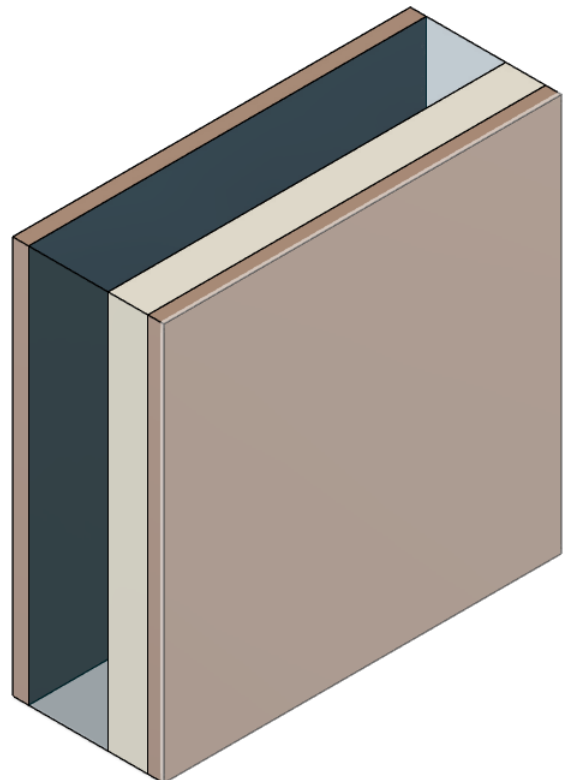
Modelowanie pola elektrycznego kondensatora cylindrycznego dwuwarstwowego z wykorzystaniem programu komputerowego FEMM

Finite Element Method Magnetics (FEMM) jest środowiskiem przeznaczonym do analizy problemów w układach płaskich i osiowo symetrycznych metodą elementów skończonych dla pól elektrycznych i magnetycznych niskich częstotliwości. Program można pobrać z strony projektu <http://www.femm.info/wiki/HomePage> . Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodyką tworzenia modelu w programie FEMM na przykładzie układu kondensatora płaskiego.

## 1. Budowa modelu kondensatora

**Kondensator płaski** to jeden z najprostszych typów kondensatorów używanych w fizyce i elektronice. Składa się z **dwóch równoległych metalowych płytek (okładek)** oddzielonych **dielektrykiem** (np. powietrzem, plastikiem lub szkłem, materiałem dielektrycznym - izolatorem), jak pokazano na Rys. 1. Podstawowym parametrem określającym kondensator jest jego pojemność.

$$C = \frac{Q}{U} \quad [1]$$



Rys. 1 Model kondensatora płaskiego uwarstwionego

Wielkość ta informuje o tym, ile ładunku elektrycznego kondensator może zgromadzić przy danym napięciu. Parametr ten można wyznaczyć na podstawie parametrów fizycznych kondensatora (wymiary i parametry materiałowe dielektryka) za pomocą zależności:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} \quad [2]$$

, gdzie

- $C$  – pojemność kondensatora
- $\epsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni
- $\epsilon_r$  – względna przenikalność dielektryka
- $S$  – pole powierzchni jednej okładki
- $d$  – odległość między płytkami

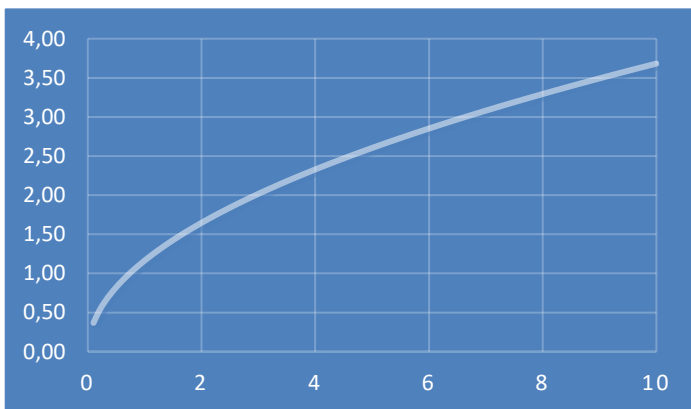
Wartość pojemności informuje o tym jak „łatwo” kondensator magazynuje ładunek.

## 1.1. Założenia modelu

Analiza zjawisk zachodzących w kondensatorze wymaga rozwiązania tego zagadnienia jako problemu elektrostatycznego. Ze względu na ograniczenia środowiska obliczeniowego FEMM do analizy problemów 2D należy zaproponować uproszczony model kondensatora. Wiąże się to z wyborem optymalnego układu współrzędnych. W przypadku kondensatora płaskiego będzie to układ płaski (PLANAR), dla walcowego możliwe jest zamodelowanie zarówno w układzie płaskim jak i osiowosymetrycznym (AXISYMMETRIC).

W symulowanym przykładzie zostanie zamodelowany kondensator płaski o pojemności 12 pF, przy założeniu, że przestrzeń między okładzinami wypełniona jest powietrzem. Z dostatecznym przybliżeniem można przyjąć, że  $\epsilon_r \approx 1$ , więc iloczyn  $\epsilon_r \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m. Przyjmując jedną z wielkości ze wzoru [2] za ustaloną można określić drugą. Przy założeniu kwadratowego kształtu elektrody zależność pomiędzy odległością między elektrodami ( $d$ , mm) a wymiarem elektrody ( $a$ , mm) obrazuje pokazana poniżej charakterystyka. Jak można zauważyć zależność ta jest funkcją nieliniową.

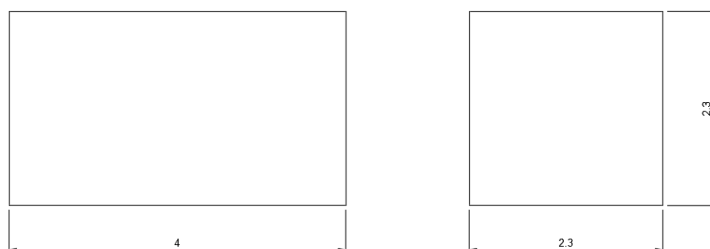
Przyjmując  $d=4$  mm, przy założonej pojemności  $C=12$  pF, uzyskujemy długość boku okładziny  $a=2.33$  mm. Analiza numeryczna zostanie przeprowadzona dla napięcia  $U=3.3$  V.



## 1.2. Tworzenie modelu numerycznego

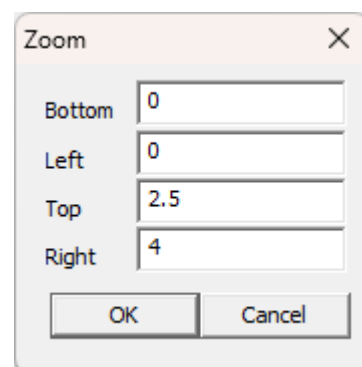
Po uruchomieniu programu FEMM należy utworzyć nowy „problem”, klikając pierwszą ikonkę z lewej na pasku zadań, wciskając kombinację klawiszy **Ctrl-N** lub z menu **File** wybrać opcję **New**. Pojawi się okno wyboru problemu do rozwiązania, należy wybrać **elektrostatykę**. W efekcie pojawi się okno z formatką do tworzenia modelu i rozbudowanym paskiem zadań.

Następnym krokiem jest definicja parametrów zadania dostępna w menu **PROBLEM**. Należy zdefiniować typ zadania jako płaski (**Planar**), zdefiniować jednostkę długości (mm) oraz określić głębokość modelu w osi z, długość boku okładziny ( $z=2.33$  mm).



Rys. 2 Wymiary modelowanego kondensatora płaskiego.

Model obliczeniowy wymaga zdefiniowania w środowisku widoku płaskiego obiektu, dla analizowanego przypadku będzie to widok pokazany na Rys. 2 (widok po lewej stronie). Pierwszym etapem definicji tworzenia graficznego obrazu modelu obliczeniowego jest ustawienie wymiarów pulpitu roboczego w oknie aktywowanym poleceniem **KEYBOARD** w menu **VIEW**. Parametry należy dostosować do wymiarów modelowanego obiektu.



Rys. 3 Wymiary okna roboczego

Kolejnym etapem będzie wrysowanie modelu obliczeniowego. Dla kondensatora płaskiego model musi składać się z trzech elementów, dwóch brzegów elektron ( $U=3.3V$  i GND) oraz obszaru dielektryka pomiędzy nimi. W praktyce będzie więc to prostokąt zdefiniowany przez cztery punkty ograniczające obszar dielektryka: A(0,0), B(4,0), C(0,2.33) i D(4,2.33).

Rysowanie w środowisku FEMM wymaga zdefiniowania punktów węzłowych rysowanego obiektu a następnie połączenie ich liniami lub łukami. Definiowanie punktów jest możliwe po kliknięciu przycisku . Następnie wystarczy kliknąć myszką w wybranym miejscu obszaru roboczego, aby pojawił się punkt. Można także zdefiniować współrzędne punktu z klawiatury wciskając klawisz **TAB**, co jest rozwiązaniem zalecanym.

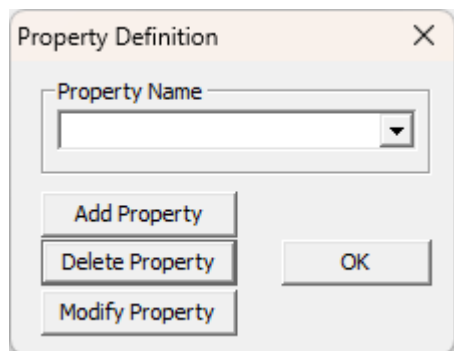
Wprowadzone punkty można połączyć linią, klikając przycisk  i następnie wskazując punkty brzegowe lub łukiem za pomocą przycisku . W tym przypadku należy wskazać myszką punkt początkowy i końcowy, a następnie określić kąt łuku (180 w celu uzyskania półokręgu) oraz kąt pojedynczego segmentu łuku (im mniejsza wartość tym gładziej łuk – zakres od 0.01 do 10). Rysowanie łuku należy zacząć od dolnego punktu (program rysuje łuk w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara).

W analizowanym przypadku wprowadzone punkty należy połączyć liniami prostymi.

### 1.3. Definiowanie parametrów materiałowych

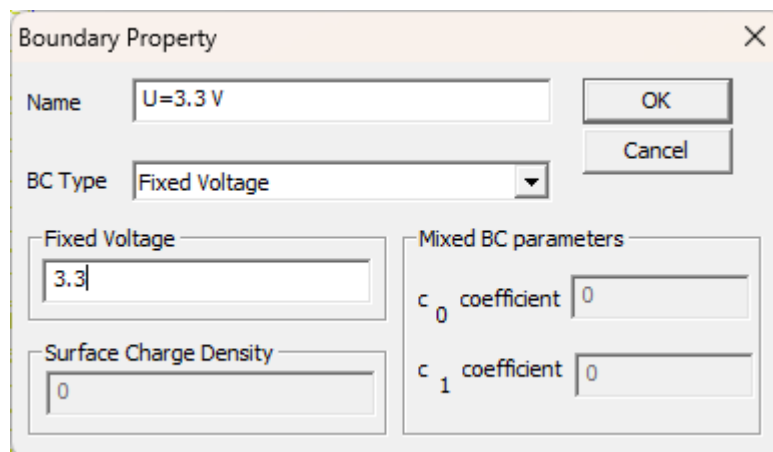
Pierwszym etapem jest zdefiniowanie bloków w budowanym modelu. W przypadku modelu ćwiczeniowego należy określić tylko jeden blok, związany z dielektrykiem w przestrzeni międzyelektrodowej. Definiowanie bloku sprowadza się do kliknięcia przycisku , następnie kliknięcia w obszarze definiowanego bloku. W efekcie na ekranie w definiowanym bloku pojawi się punkt z podpisem **<None>**. Oznacza to, że blok został utworzony, ale nie przypisano do niego żadnych parametrów – nie jest zdefiniowany materiał.

Konieczne jest więc zdefiniowanie parametrów materiałowych i powiązanie ich z zdefiniowanymi blokami. W przykładzie przyjęto, że dielektrykiem w badanym modelu jest powietrze. W programie FEMM istnieje biblioteka predefiniowanych materiałów. Należy



W kolejnym kroku należy zdefiniować warunki brzegowe, związane z potencjałem elektrod (3.3V i 0V). W tym celu w Oknie **Properties** należy aktywować **Boundary**. W Oknie należy dodać dwa warunki brzegowe:

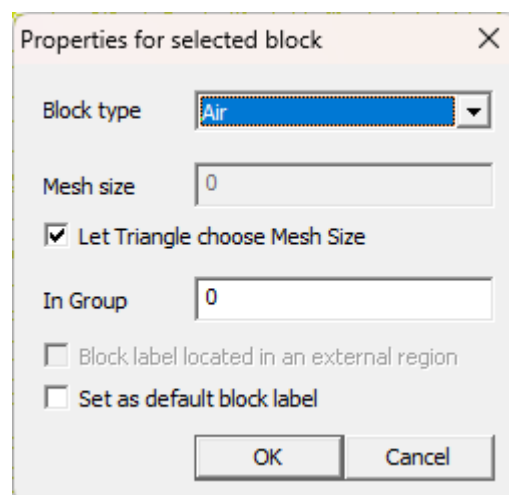
1.  $U=3.3V$
2.  $GND=0V$



Kolejnym krokiem jest powiązanie zdefiniowanych parametrów z utworzonymi w modelu blokami. Proces ten realizuje się klikając prawym przyciskiem myszki w pobliżu nazwy bloku. W efekcie kolor punktu zmieni się na czerwony i wciskając **SPACJĘ** lub klikając na ikonę  aktywuje się okno przypisania właściwości. W oknie możemy przypisać materiał do bloku oraz określić inny niż domyślny rozmiar siatki elementów skończonych.

W podobny sposób należy przypisać warunki brzegowe do krawędzi elektrod (lewej  $U=3.3 V$  i prawej  $GND$ ).

Przed przystąpieniem do obliczeń należy wygenerować siatkę elementów skończonych. Realizuje się to poleceniem **Create Mesh** w menu **Mesh**.

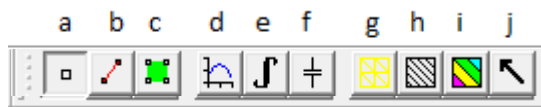


Następnie można przejść do obliczania rozkładu pola magnetycznego w zbudowanym modelu. W menu **Analysis** należy kliknąć polecenie **Analyze**.

Czas obliczeń jest uzależniony od złożoności modelu i gęstości siatki elementów skończonych. Po zakończeniu obliczeń można przejść do przeglądania wyników, aktywacja poleceniem **View Results** w menu **Analysis**. W efekcie pojawi się nowe okno z wynikami obliczeń.

## 2. Analiza wyników obliczeń

Pierwszym obrazem jest rysunek modelu obliczeniowego rozkładem potencjału. Przyciski zgrupowane w menu pokazano na rysunku 3.



Rysunek 3. Przyciski menu analizy wyników

Opisy efektów uzyskanych za pomocą przycisków pokazanych na rysunku 3 zestawiono w tabeli poniżej.

| Lp. | Opis                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a   | Wyświetlane są obliczenia we wskazanym punkcie obszaru obliczeniowego                                                                                                                                                                                                                    |
| b   | Definiowanie odcinka do generowania wykresów liniowych. Odcinki definiuje się ustawiając punkt początkowy i końcowy, za pomocą klawiatury (po wciśnięciu klawisza TAB) lub myszką (lewy przycisk powoduje dodanie punktu we wskazanym miejscu, prawy przycisk umieszcza punkt na siatce) |
| c   | Zaznaczenie bloku do dalszych obliczeń                                                                                                                                                                                                                                                   |
| d   | Rysuje wykres liniowy wzdłuż zdefiniowanego wcześniej odcinka                                                                                                                                                                                                                            |
| e   | Wykonuje obliczenia dla wskazanego bloku                                                                                                                                                                                                                                                 |
| f   | Oblicza parametry przewodnika                                                                                                                                                                                                                                                            |
| g   | Wyświetla siatkę elementów skończonych                                                                                                                                                                                                                                                   |
| h   | Wyświetla linie ekwipotencjalne                                                                                                                                                                                                                                                          |
| i   | Generuje mapę rozkładu wybranej wielkości                                                                                                                                                                                                                                                |
| j   | Wyświetla pole wektorowe wybranej wielkości                                                                                                                                                                                                                                              |

## 3. Zadanie

- Na podstawie wyników symulacji obliczyć pojemność kondensatora. Czy uzyskana wartość jest zgodna z projektową.  $W = \frac{1}{2} C U^2$
- Jak na pojemność kondensatora wpłynie wprowadzenie porcelanowej przekładki o grubości 2 mm?
- Zbudować model kondensatora walcowego o tej samej pojemności i odległości między elektrodami z dielektrykiem powietrznym. Pozostałe wymiary dobrać.

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Model zbudować w układzie płaskim i osiowosymetrycznym, porównać rozkłady potencjału wzdłuż promienia.

Obliczyć pojemność kondensatora na podstawie uzyskanych wyników symulacji.

- d) Jak wprowadzenie warstwy dielektryka porcelanowego o grubości 2mm wpłynie na pojemność kondensatora?
- e) Czy umiejscowienie dielektryka w przestrzeni między elektrodowej ma wpływ na rozkład potencjału i pojemność kondensatora?

