

Teoria Obwodów I – Ćwiczenia 2

- Elementy aktywne obwodów elektrycznych
- Źródła:
 - idealne
 - rzeczywiste
- Przekształcanie źródeł rzeczywistych
- Dopasowanie odbiornika do źródła
- Sprawność źródła

Elementy aktywne

- Energia pobierana przez element aktywny jest ujemna

$$W = \int_{-\infty}^t u(\tau)i(\tau)d\tau$$

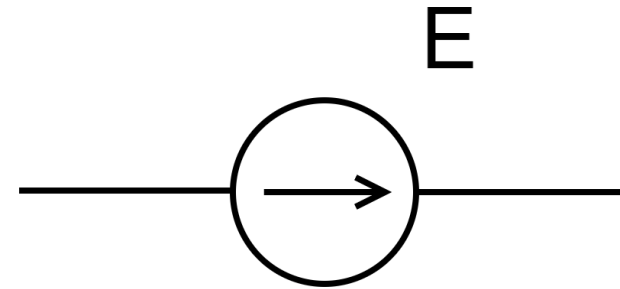
- Cecha dominująca elementu aktywnego jest przetwarzanie energii i:
 - dostarczanie
 - akumulacja
 - rozpraszanie
- Elementy aktywne źródłowe – dostarczające energię elektryczną (sterowane i niesterowane)

Źródło napięciowe

- Idealne źródło napięciowe

$$R_w = 0\Omega$$

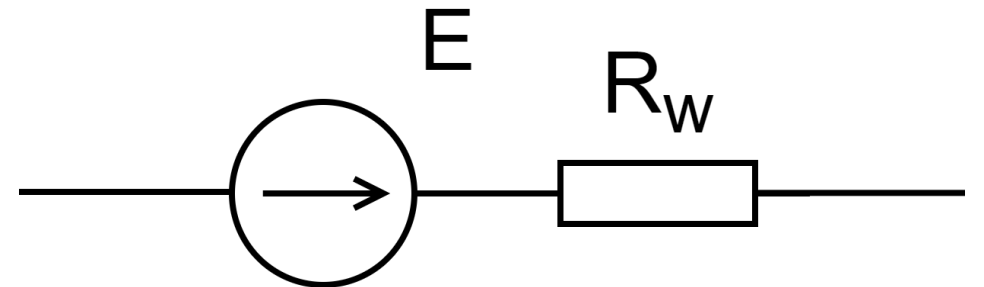
E - wartość napięcia źródła



- Rzeczywiste źródło napięciowe

R_w - rezystancja wewnętrzna źródła

E - wartość napięcia źródła

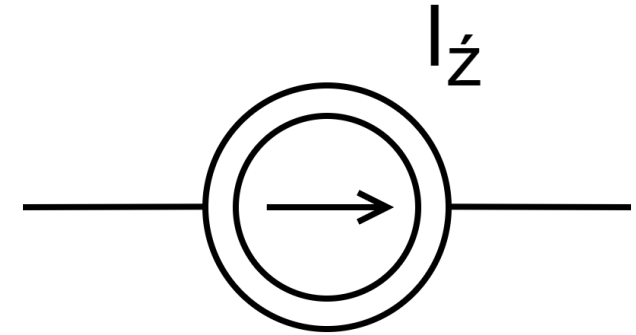


Źródło prądowe

- Idealne źródło prądowe

$$R_w = \infty [\Omega], \quad G_w = 0 [S]$$

$I_{\dot{z}}$ - wartość prądu źródłowego

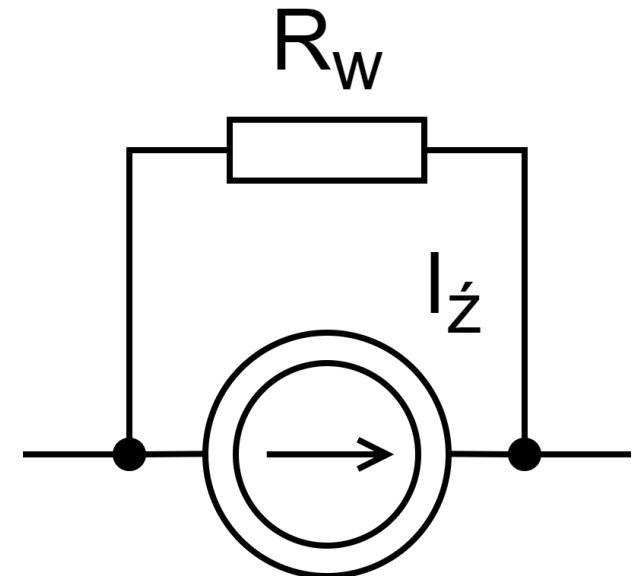


- Rzeczywiste źródło prądowe

R_w - rezystancja wewnętrzna źródła

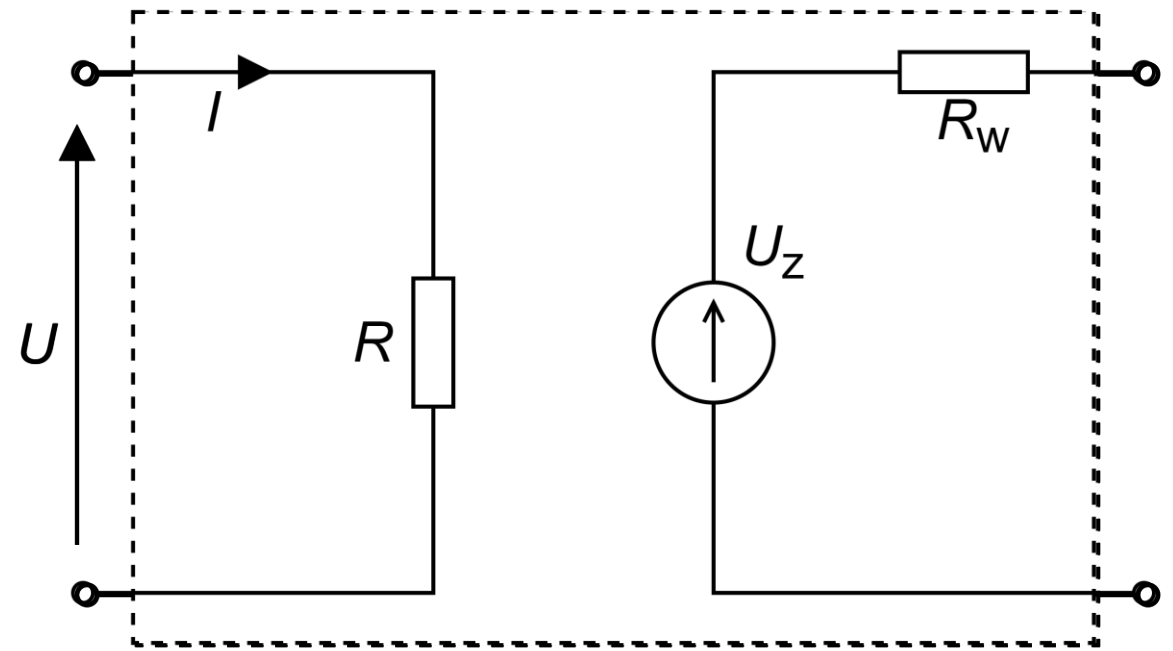
G_w - konduktancja wewnętrzna źródła

$I_{\dot{z}}$ - wartość prądu źródłowego

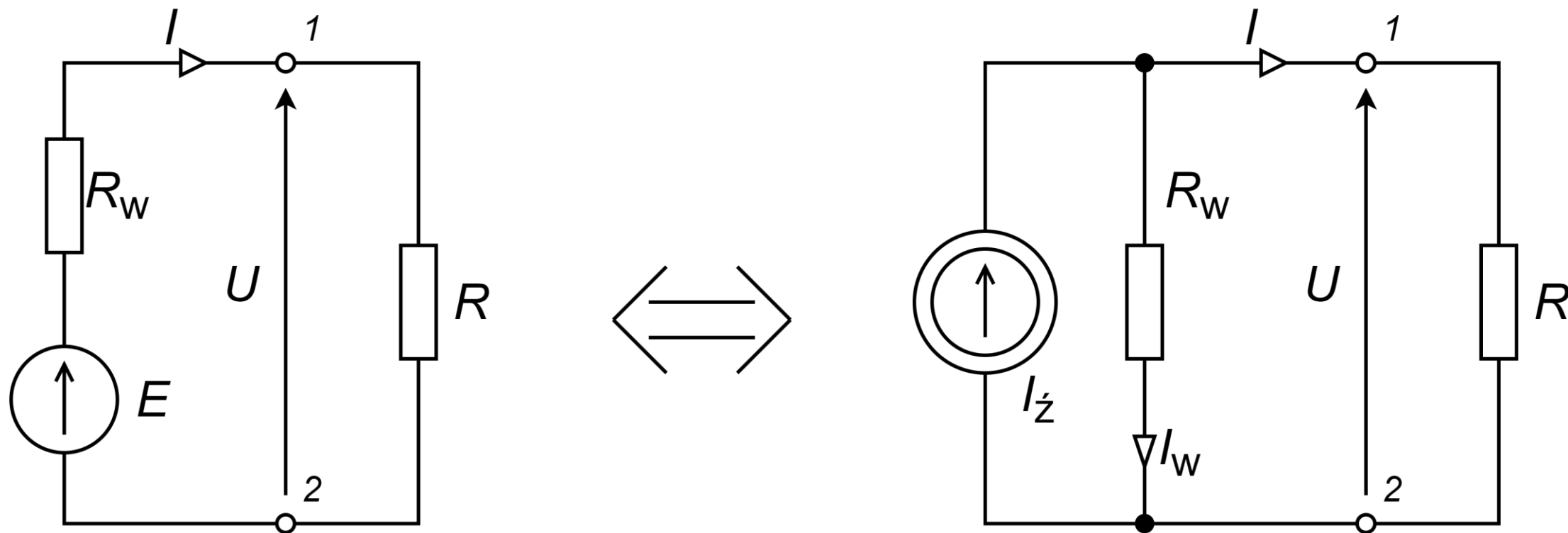


Źródła sterowane

- Idealne, rzeczywiste
- Źródła prądowe
 - sterowane napięciowo
 - sterowane prądowo
- Źródła napięciowe
 - sterowane napięciowo
 - sterowane prądowo



Przekształcanie źródeł



Rzeczywiste źródła (Akumulatory) w zależności od R odbiornika zbliżają się do:

- $R_w \ll R$ - idealne źródło napięcia
- $R_w \gg R$ - idealne źródło prądu

Prawo Ohma

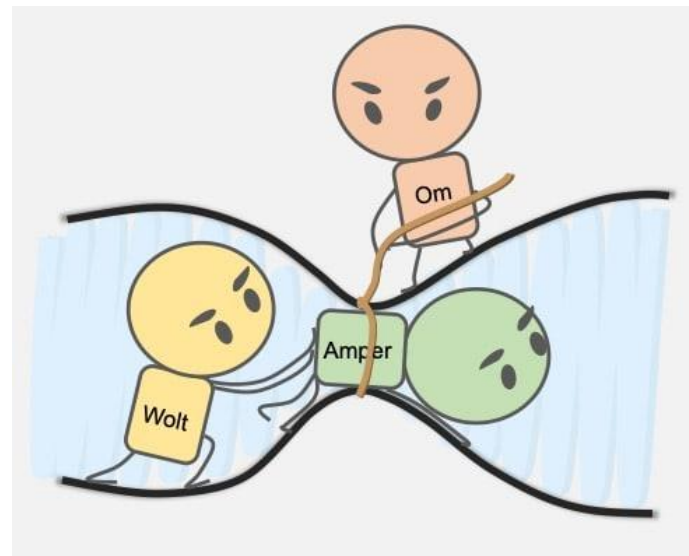
Natężenie prądu (I) jest wprost proporcjonalne do napięcia (U) przyłożonego do końców przewodnika.

$$U = R \cdot I \rightarrow R = \frac{U}{I}$$



$$G = \frac{1}{R}$$

$$I = G \cdot U \rightarrow G = \frac{I}{U}$$



I i II prawo Kirchhoffa

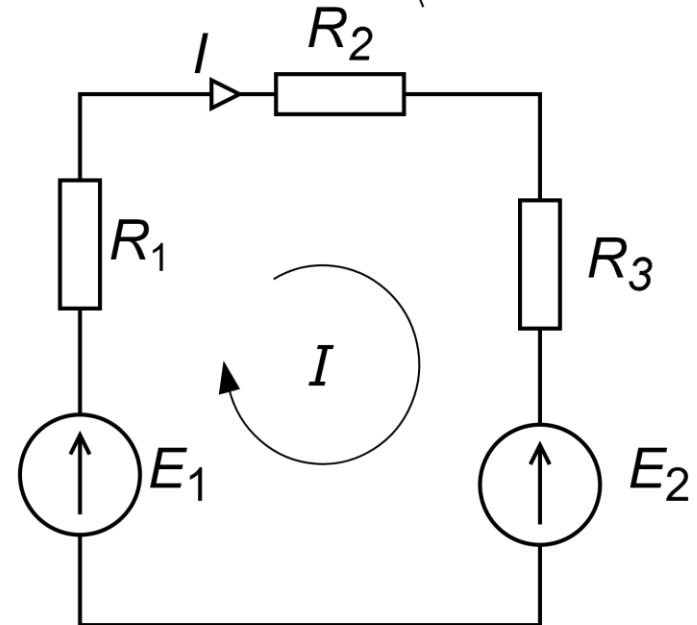
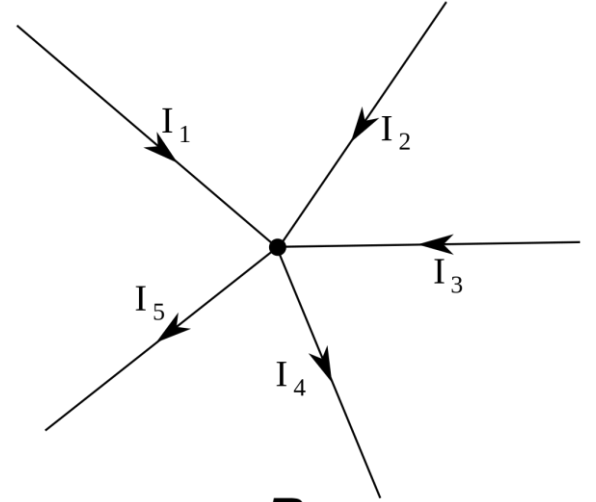
I. Suma natężeń prądów wpływających do węzła jest równa sumie natężeń prądów wypływających z tego węzła.

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

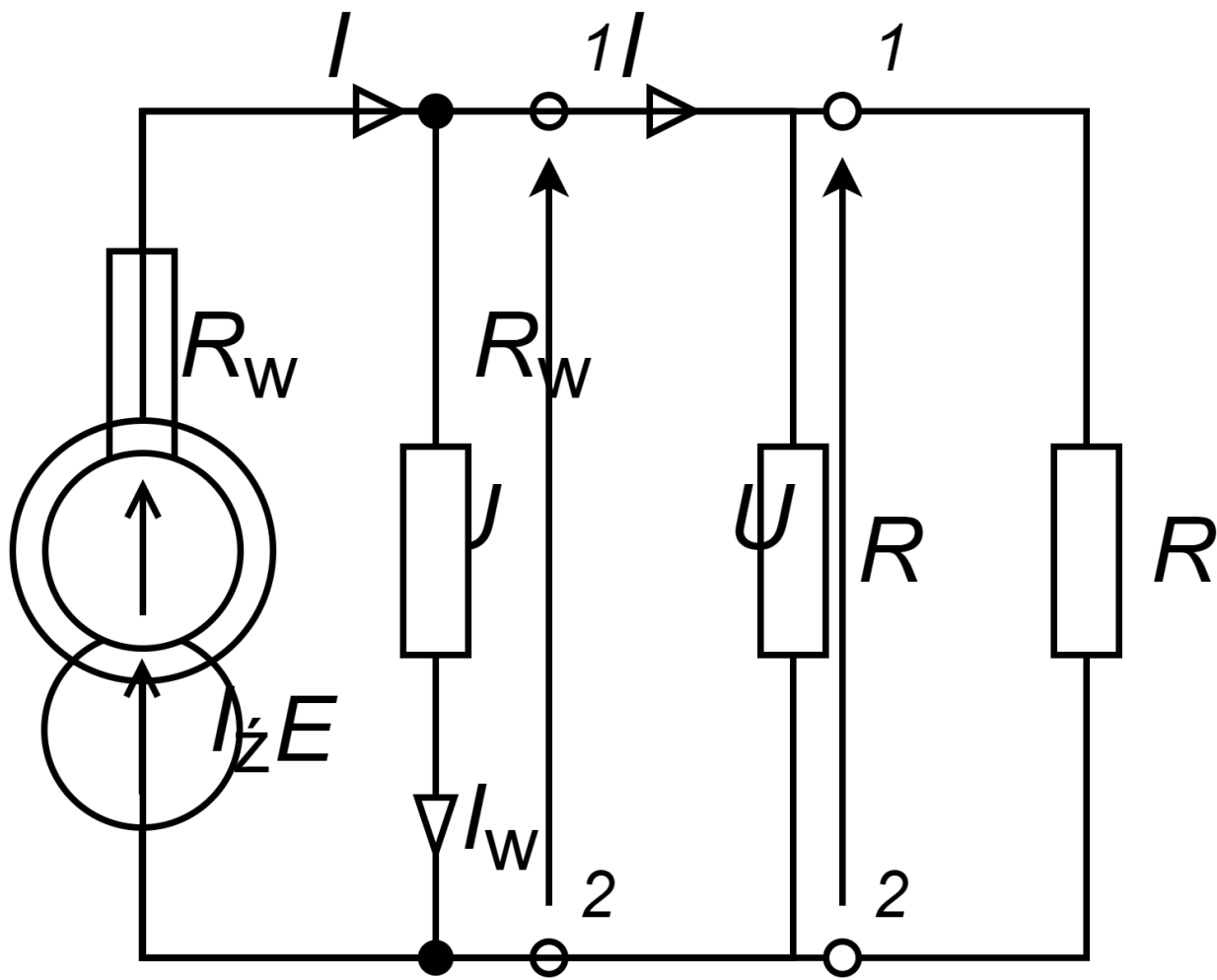
I. W zamkniętym obwodzie suma spadków napięć równa jest sumie sił elektromotorycznych występujących w tym obwodzie.

$$\sum_i U_i = \sum_i E_i$$

$$R_1 I + R_2 I + R_3 I = E_1 - E_2$$



Przekształcanie źródła



$$E = (R_w + R) \cdot I = R_w \cdot I + R \cdot I$$

$$R \cdot I = U$$

$$E = R_w \cdot I + U \quad (R_w \neq 0) \quad /R_w$$

$$\frac{E}{R_w} = I + \frac{U}{R_w} \quad \dots \quad I_{\dot{z}} = I + I_w$$

$$I_{\dot{z}} = \frac{E}{R_w}$$

$$I_w = \frac{U}{R_w}$$

Moc w obwodzie prądu stałego

- Moc **P** na zaciskach elementu na którym występuje spadek napięciu **U** i płynie prąd **I** jest wielkością stałą w czasie
 - $P = U \cdot I$
 - $P = R \cdot I^2$
 - $P = \frac{U^2}{R}$
- **Zasada bilansu mocy** - suma mocy dostarczonej przez źródła do obwodu, równa się sumie mocy pobieranych przez pasywne elementy obwodu.

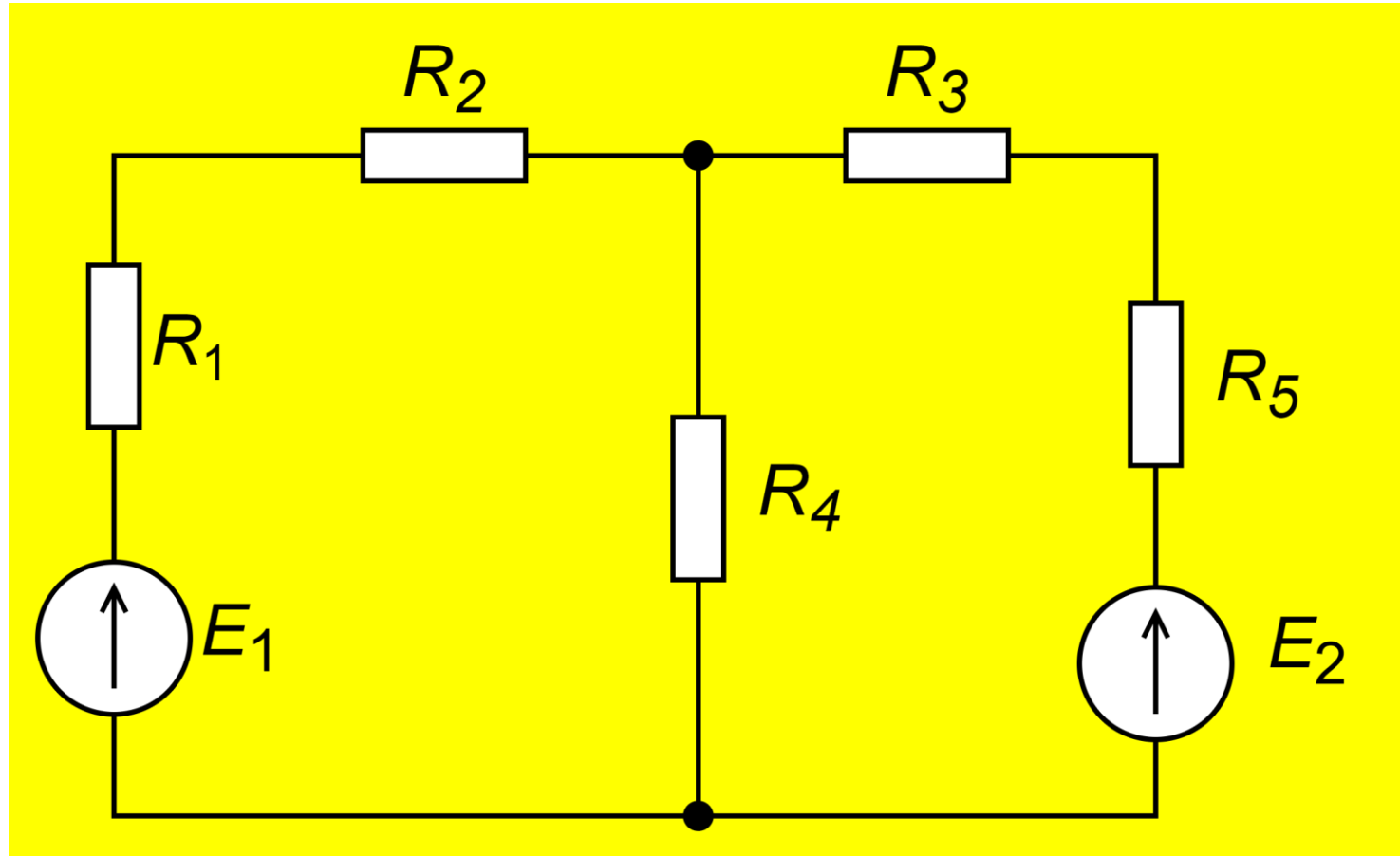
$$\sum_i P_{\dot{z}_i} = \sum_i P_i$$

Zadanie 1

W oparciu o I i II prawo Kirchhoffa obliczyć rozplływ prądów w obwodzie. Sprawdzić zasadę bilansu mocy.

Dane:

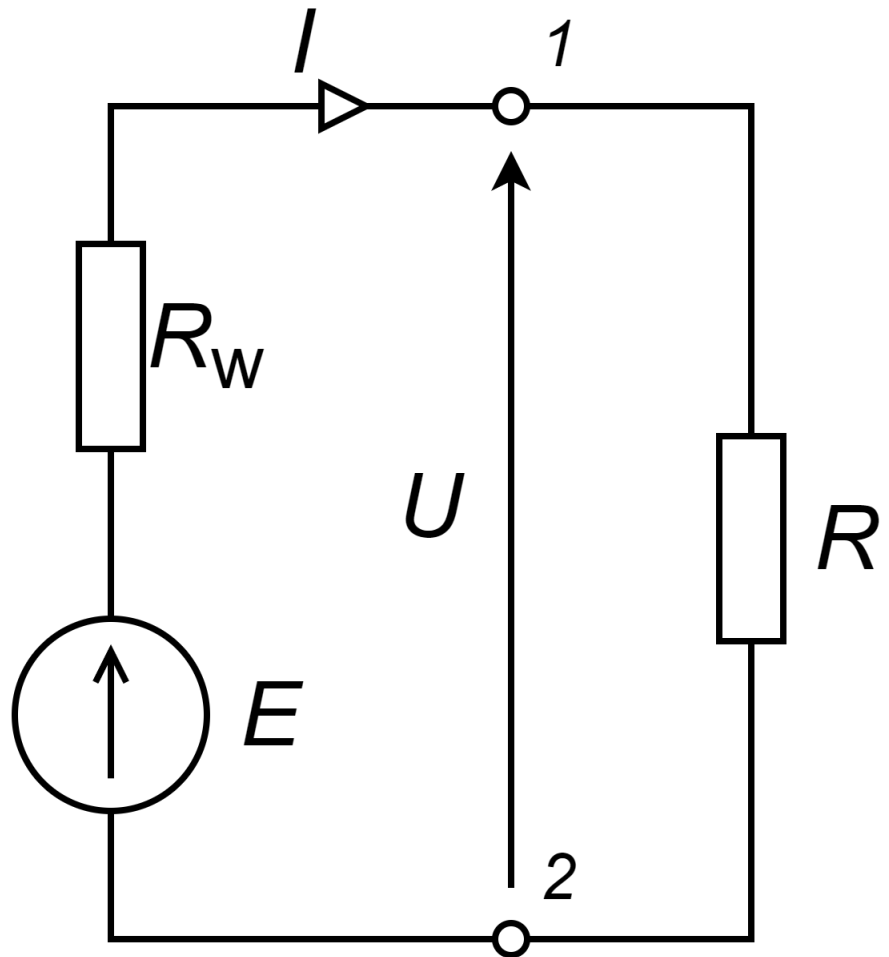
- $E_1 = 2 \cdot E_2 = 80V$
- $R_1 = R_4 = R_5 = 20\Omega$
- $R_2 = R_3 = 10\Omega$



Dopasowanie odbiornika

- Stan w którym z źródła pobierana jest możliwie największa moc.
- Dopasowanie odbiornika do źródła polega na określeniu (dobraniu) jego rezystancji tak, aby przy znanych jego parametrach ($R_w \neq 0$ lub $G_w \neq 0$, E lub I_z) moc z niego pobierana była możliwie największa.

Dopasowanie odbiornika do źródła napięciowego



$$P_{odb} = RI^2 = R \left(\frac{E}{R + R_w} \right)^2$$

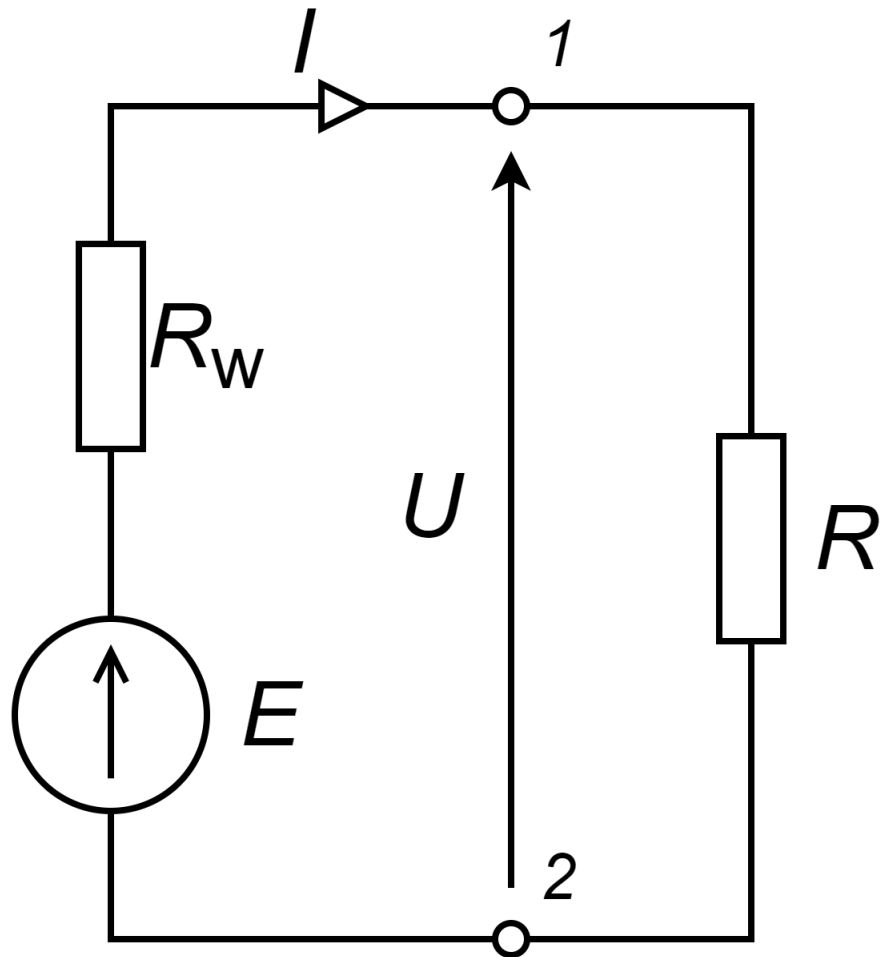
$$P_{odb} = R \frac{E^2}{R^2 + 2RR_w + R_w^2}$$

$$P_{odb} = \frac{R}{R_w^2} \frac{E^2}{\frac{R^2}{R_w^2} + 2\frac{R}{R_w} + 1}$$

$$k = \frac{R}{R_w} \rightarrow P_{odb} = \frac{E^2}{R_w} \frac{k}{k^2 + 2k + 1}$$

Szukając $\max P_2 \rightarrow \frac{dP_2}{dk} = 0$

Dopasowanie odbiornika do źródła napięciowego



$$\frac{dP_2}{dk} = \frac{E^2 k^2 + 2k + 1 - k(2k + 2)}{R_w (k^2 + 2k + 1)^2}$$

$$\frac{dP_2}{dk} = 0 \rightarrow k^2 + 2k + 1 - k(2k + 2) = 0$$

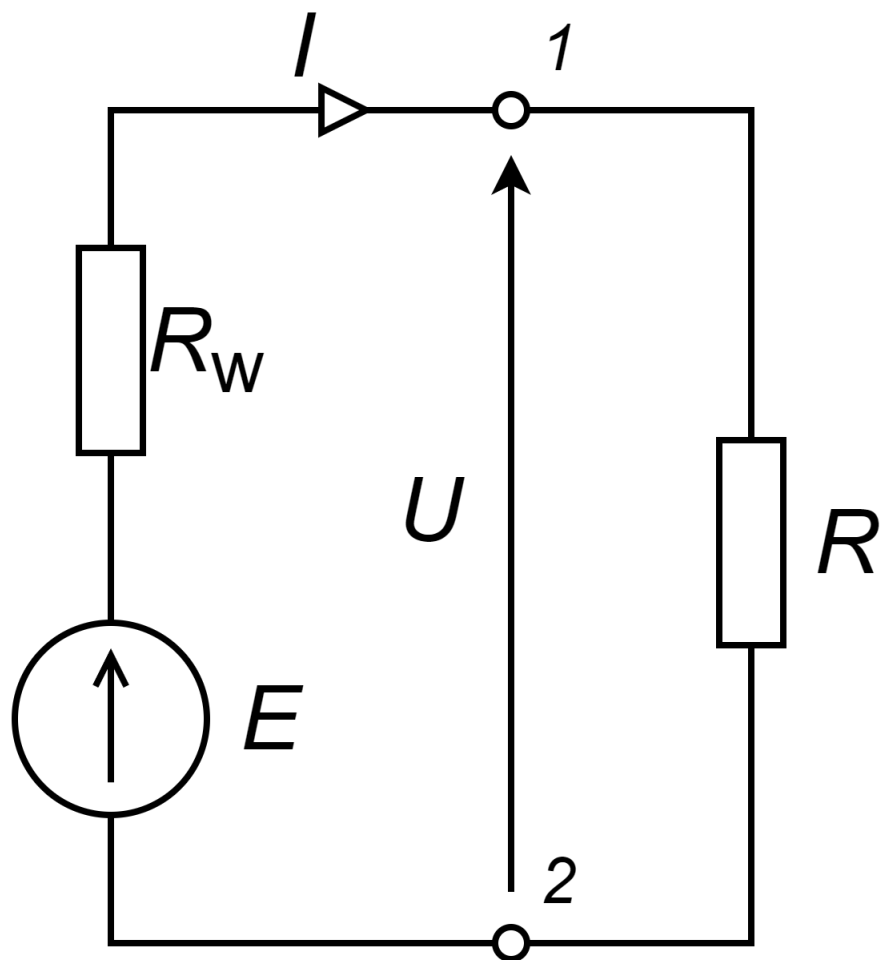
$$k^2 + 2k + 1 - 2k^2 - 2k = 0$$

$$-k^2 + 1 = 0 \rightarrow k^2 = 1$$

$$k = 1 \text{ lub } k = -1 \rightarrow R = R_w$$

$$P_{2max} = \frac{E^2}{R_w} \frac{k}{k^2 + 2k + 1} = \frac{E^2}{4R_w}$$

Sprawność źródła napięciowego



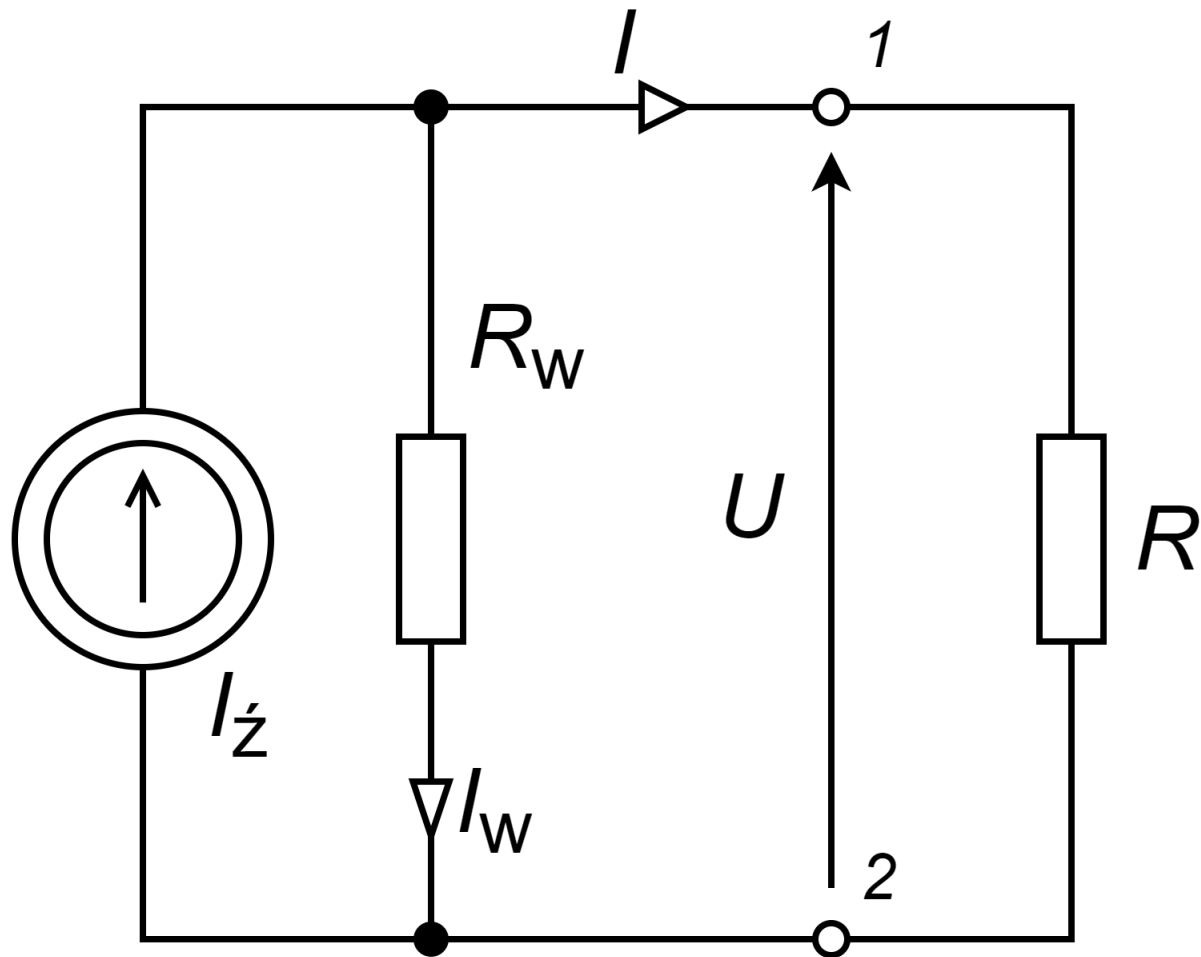
$$P_1 = \frac{E^2}{R + R_w}, \quad P_2 = R \left(\frac{E}{R + R_w} \right)^2$$

$$\eta_u = \frac{P_2}{P_1} = R \left(\frac{E}{R + R_w} \right)^2 \cdot \frac{R + R_w}{E^2}$$

$$\eta_u = \frac{R}{R_w + R} = \frac{k}{k + 1}$$

Przy dopasowaniu $\eta_u = 0.5$

Dopasowanie odbiornika do źródła prądowego



$$P_{odb} = GU^2 = G \left(\frac{I_z}{G + G_w} \right)^2$$

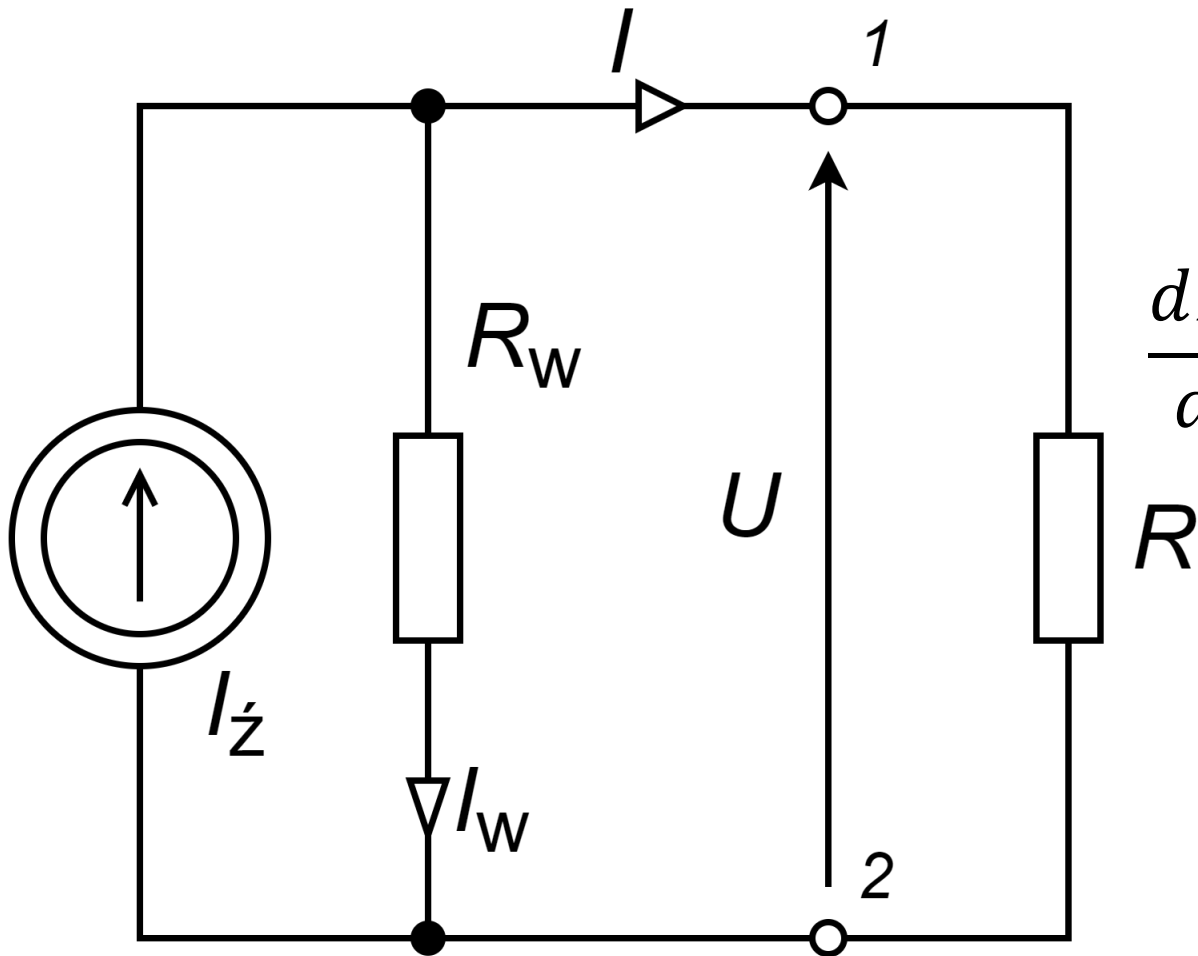
$$P_{odb} = G \frac{I_z^2}{G^2 + 2GG_w + G_w^2}$$

$$P_{odb} = \frac{G}{G_w^2} \frac{I_z^2}{\frac{G^2}{G_w^2} + 2\frac{G}{G_w} + 1}$$

$$l = \frac{G}{G_w} \rightarrow P_{odb} = \frac{I_z^2}{G_w} \frac{l}{l^2 + 2l + 1}$$

Szukając $\max P_2 \rightarrow \frac{dP_2}{dk} = 0$

Dopasowanie odbiornika do źródła prądowego



$$\frac{dP_2}{dl} = \frac{I_z^2}{G_w} \frac{l^2 + 2l + 1 - l(2l + 2)}{(l^2 + 2l + 1)^2}$$

$$\frac{dP_2}{dl} = 0 \rightarrow l^2 + 2l + 1 - l(2l + 2) = 0$$

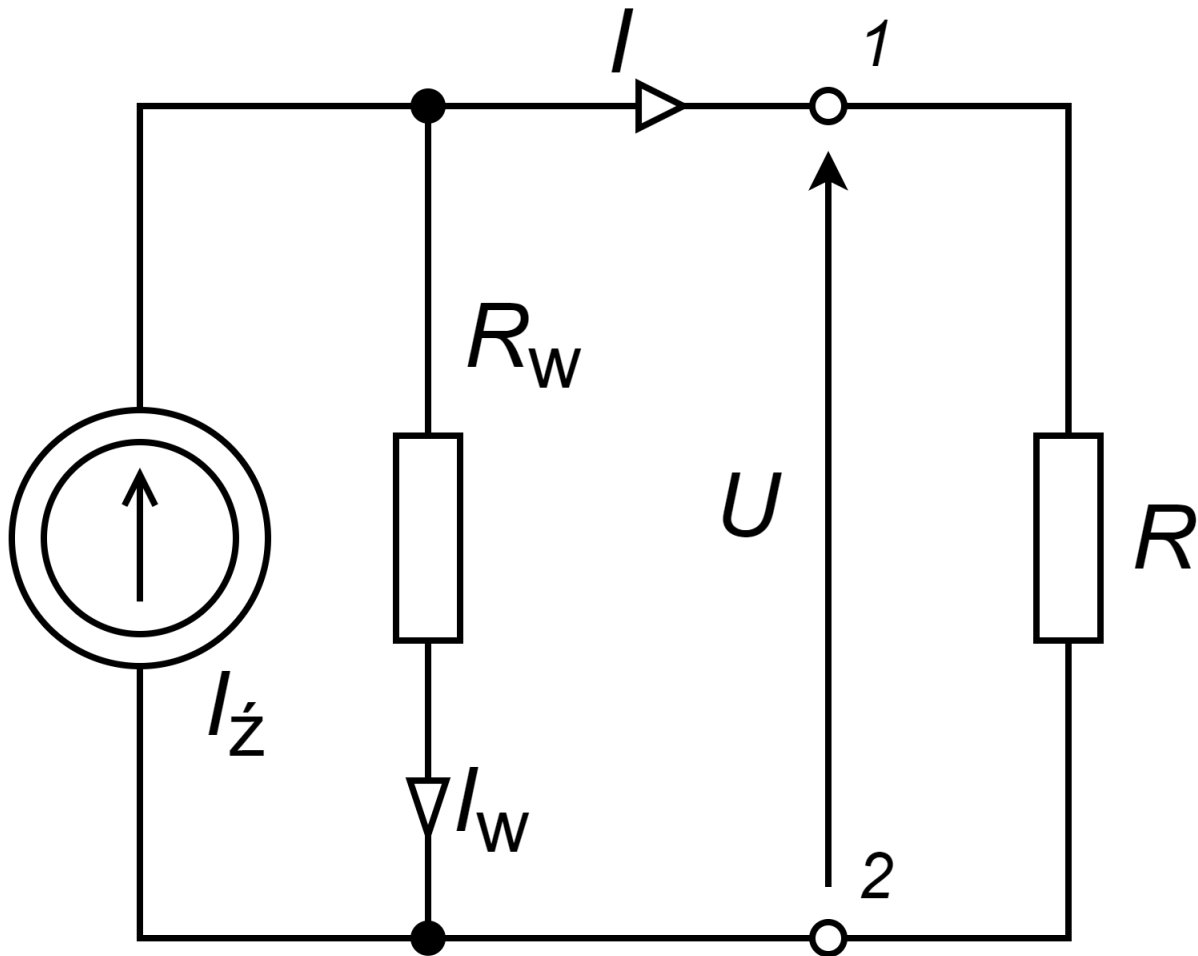
$$l^2 + 2l + 1 - 2l^2 - 2l = 0$$

$$-l^2 + 1 = 0 \rightarrow l^2 = 1$$

$$l = 1 \text{ lub } l = -1 \rightarrow G = G_w$$

$$P_{2max} = \frac{I_z^2}{G_w} \frac{l}{l^2 + 2l + 1} = \frac{I_z^2}{4G_w}$$

Dopasowanie odbiornika do źródła prądowego



$$P_1 = \frac{I_z^2}{G + G_w}, \quad P_2 = G \left(\frac{I_z}{G + G_w} \right)^2$$

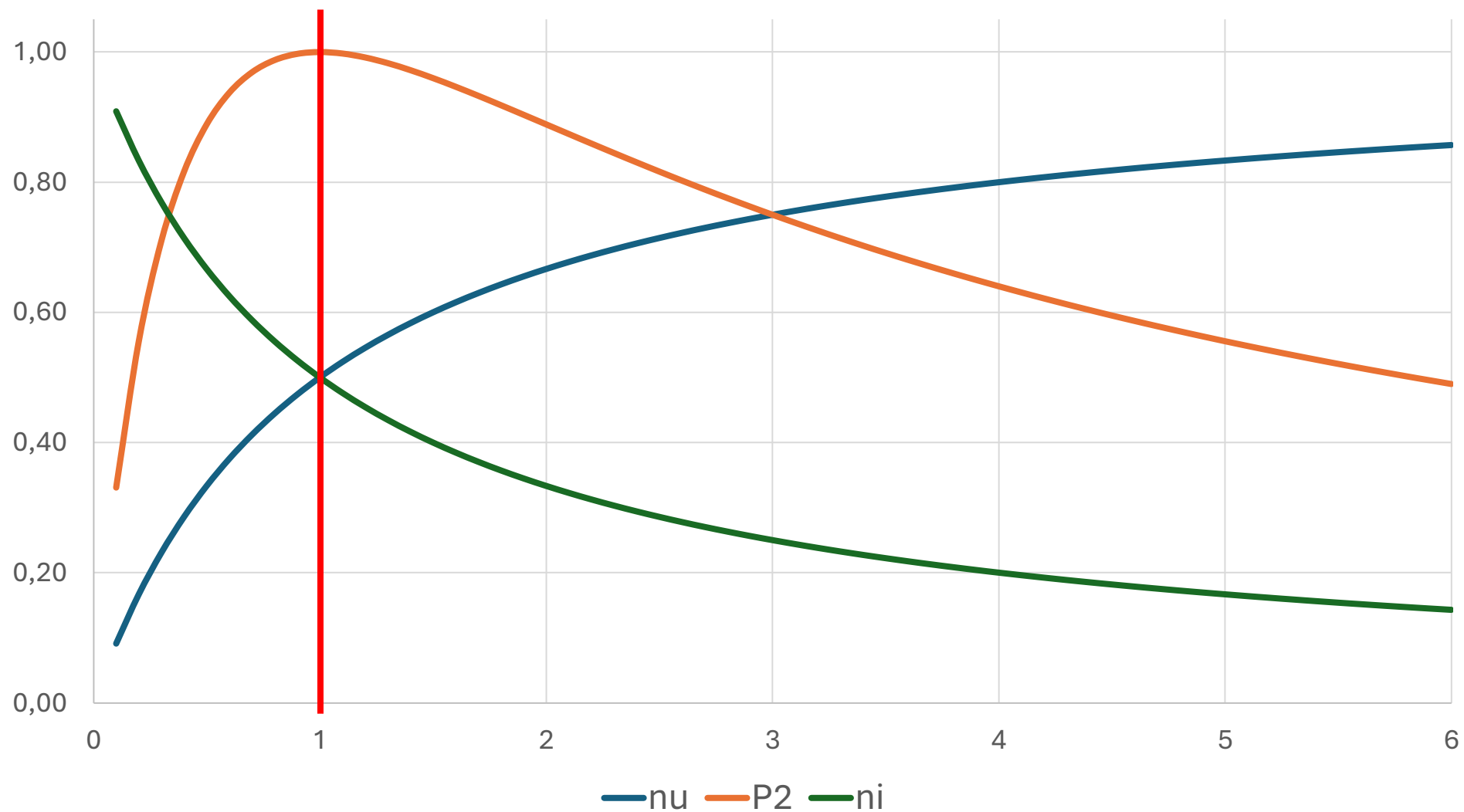
$$\eta_i = \frac{P_2}{P_1} = G \left(\frac{I_z}{G + R_w} \right)^2 \cdot \frac{G + G_w}{I_z^2}$$

$$\eta_i = \frac{G}{G_w + G} = \frac{l}{l + 1}$$

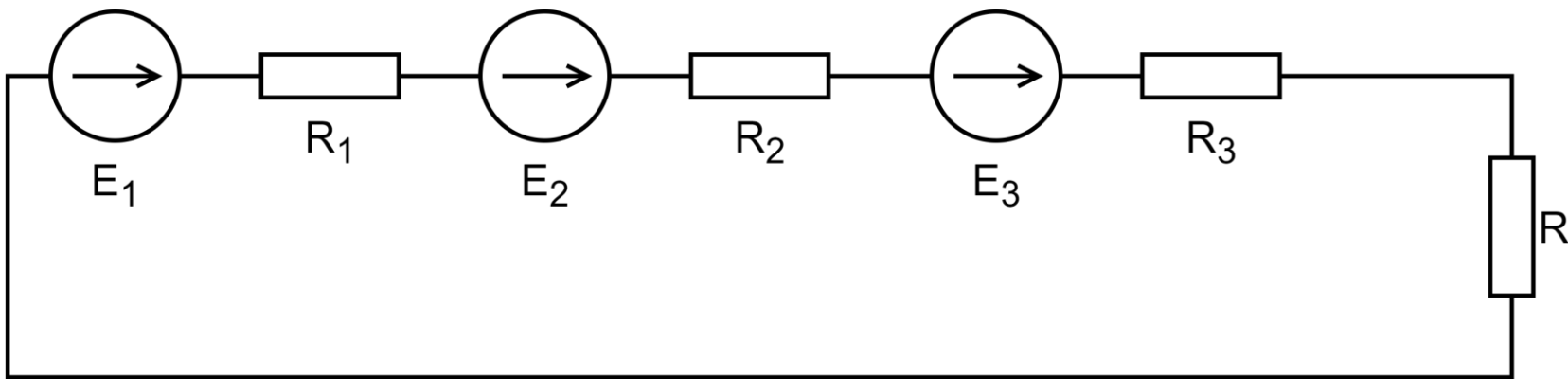
$$\eta_i = \frac{R_w}{R_w + R} = \frac{1}{k + 1}$$

Przy dopasowaniu $\eta_i = 0.5$

Dopasowanie odbiornika do źródła

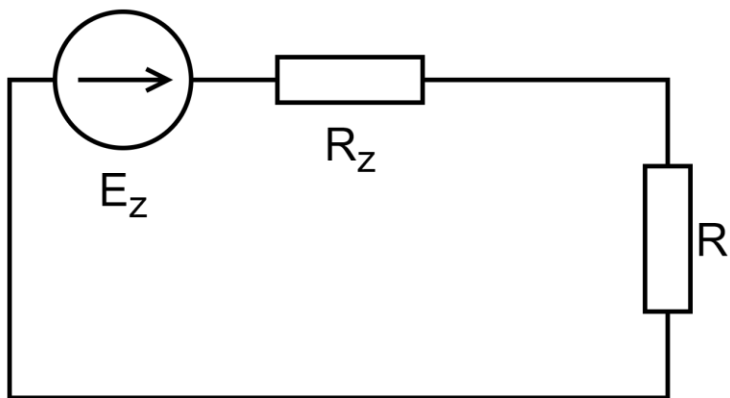


Łączenie źródeł

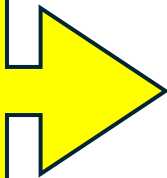
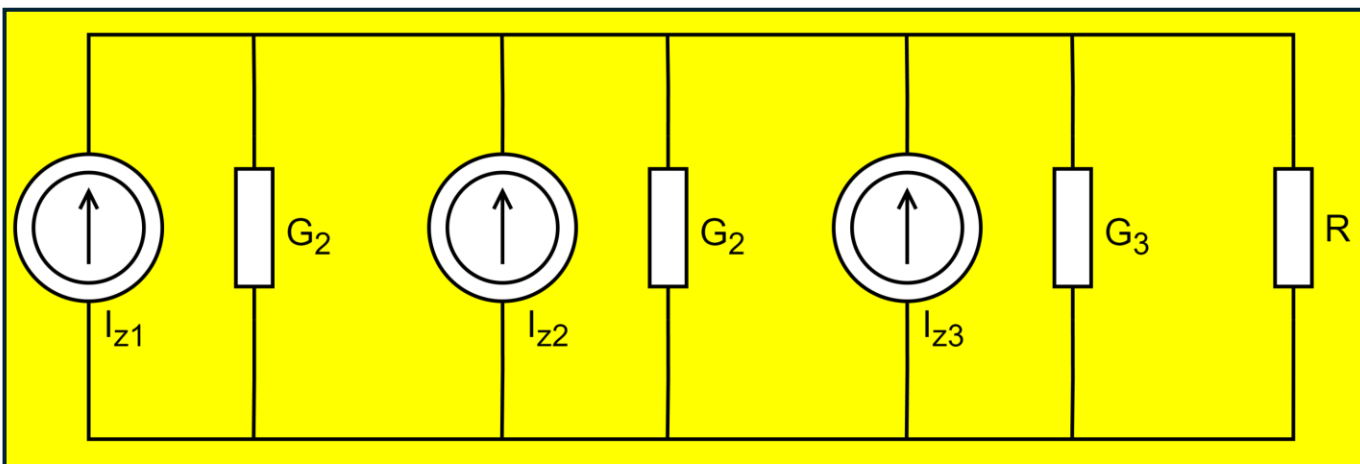
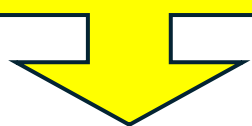
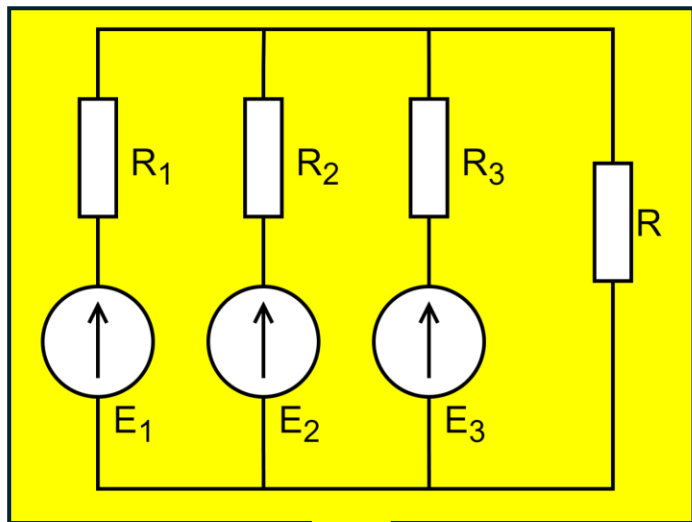


$$E_z = E_1 + E_2 + E_3$$

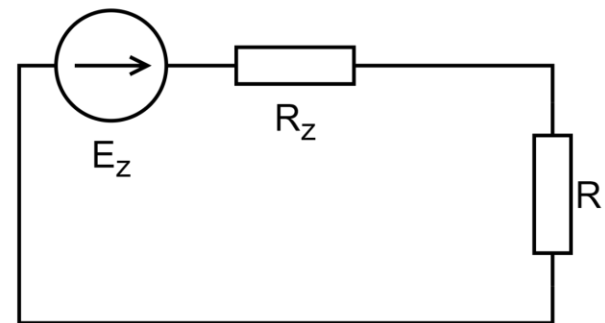
$$R_z = R_1 + R_2 + R_3$$



Łączenie źródeł



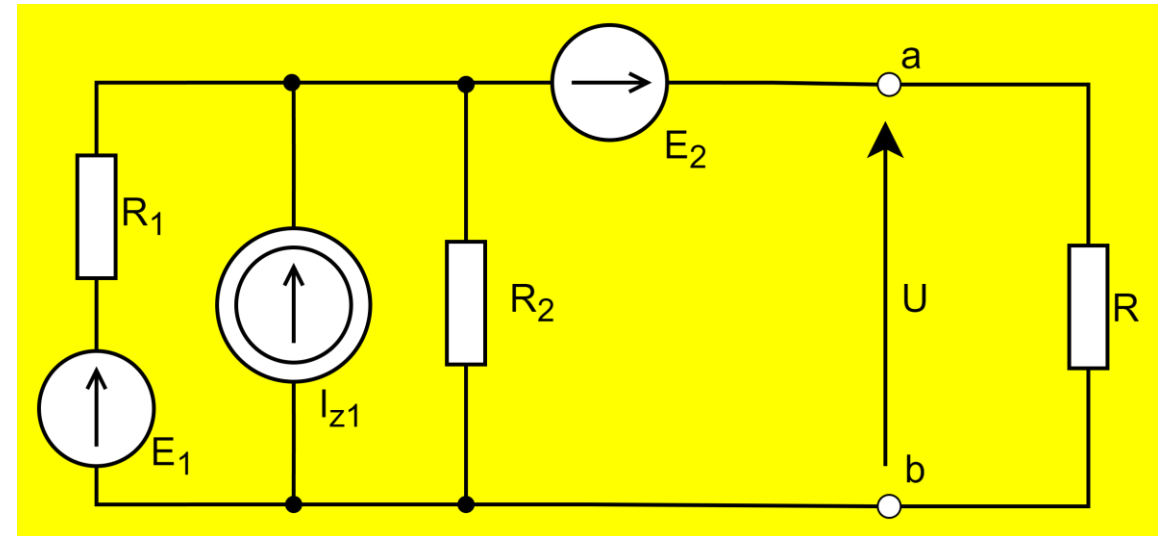
$$G_1 = \frac{1}{R_1} \rightarrow I_{z1} = \frac{E_1}{R_1}$$
$$I_z = \sum_{i=1}^n I_{zn}$$
$$G_z = \sum_{i=1}^n G_{zn}$$
$$E_z = \frac{I_z}{G_z} \rightarrow R_z = \frac{1}{G_z}$$



Zadanie 2

Dla obwodu pokazanego na rysunku wyznaczyć:

1. parametry zastępczego źródła, widzianego od strony zacisków **ab**:
 - a) napięciowego,
 - b) prądowego.
2. Obliczyć wartość prądu płynącego przez odbiornik R.
3. Obliczyć sprawność źródła zastępczego, wykonać bilans mocy dla układu.



Dane:

$$R_1 = 20\Omega, \quad R_2 = 40\Omega, \quad R = 60\Omega$$

$$E_1 = 50V, \quad E_2 = 25V$$

$$I_{z1} = 2.5A$$