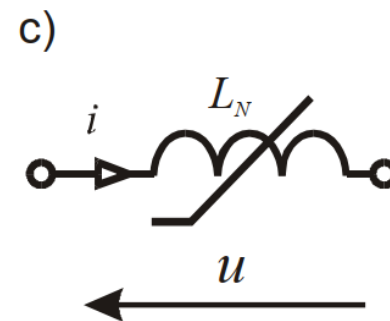
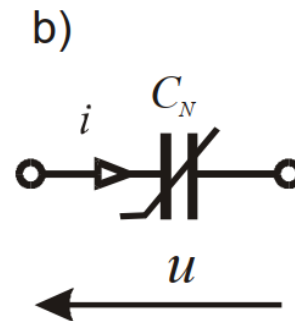
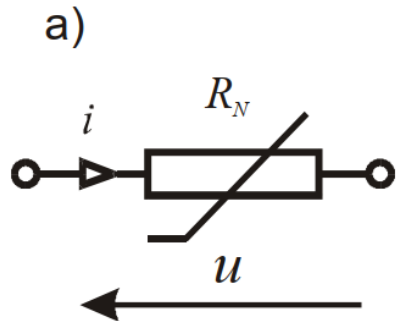


Teoria Obwodów I – Ćwiczenia 5

- Obwody nieliniowe
 - rezystancja statyczna,
 - rezystancja dynamiczna.
- Obwód elektryczny z rezystancją nieliniową
- Obwód magnetyczny

Element nieliniowy

- Element obwodu elektrycznego nazywamy **nieliniowym**, jeśli jego charakterystyka *napięciowo-prądowa* $u=\varphi(i)$ lub *prądowo-napięciowa* $i=f(u)$ jest nieliniowa, tzn. nie można jej opisać analitycznie przy pomocy równania prostej.
- Nieliniowość elementu w obwodzie powoduje:
 - występowaniem na wyjściu układu sygnałów o pulsacjach
 - ograniczeniem dynamiki układu (ograniczenie zakresu w którym amplituda sygnału wyjściowego jest proporcjonalna do sygnału wejściowego)



Rezystancja statyczna i dynamiczna

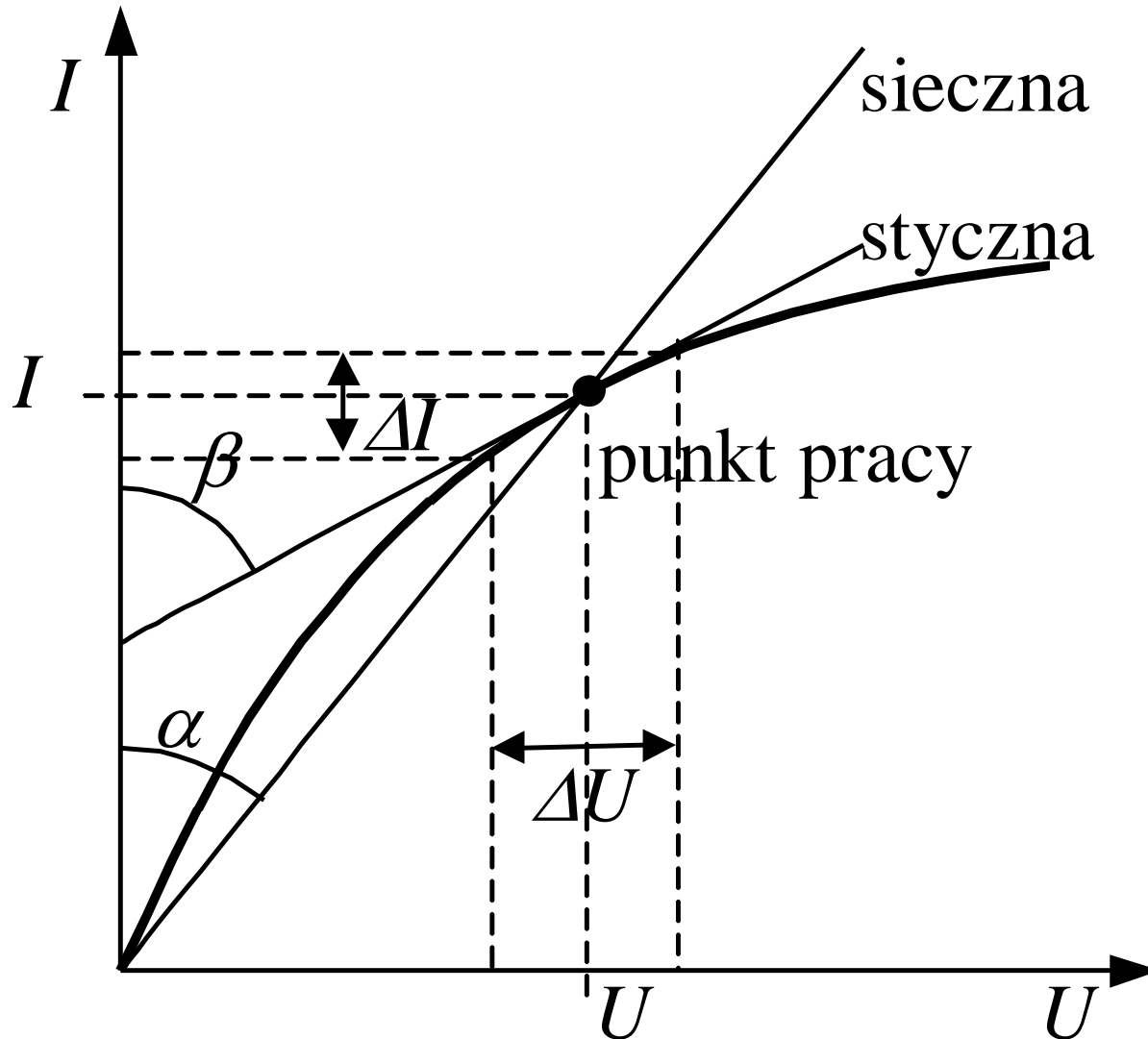
- *Statyczna elementu nieliniowego jest stosunkiem napięcia do prądu dla danej wartości prądu*

$$R_s = \frac{U}{I} = \operatorname{tg}(\alpha)$$

- *Dynamiczna elementu nieliniowego jest pochodną napięcia względem prądu dla danej wartości prądu*

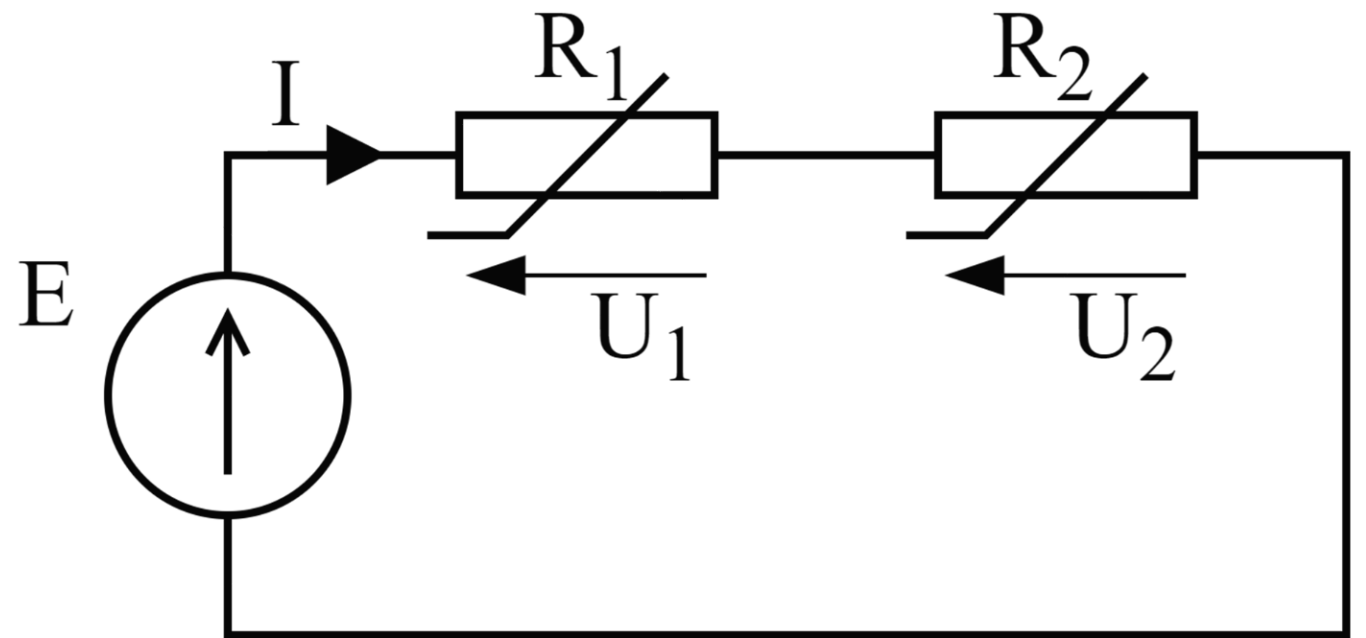
$$R_d = \frac{dU}{dI} \approx \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

$$R_d = k \cdot \operatorname{tg}(\beta)$$



Obwód nieliniowy

- Obwód elektryczny zawierający przynajmniej jeden element nieliniowy
- Analiza obwodów
 - Graficzna
 - charakterystyk
 - przecięcia cha
 - Linearyzacji



Charakterystyki łącznej i przecięcia

Przy znanych charakterystykach prądowo-napięciowych elementów można określić wartości prądów i napięć na elementach składowych obwodu

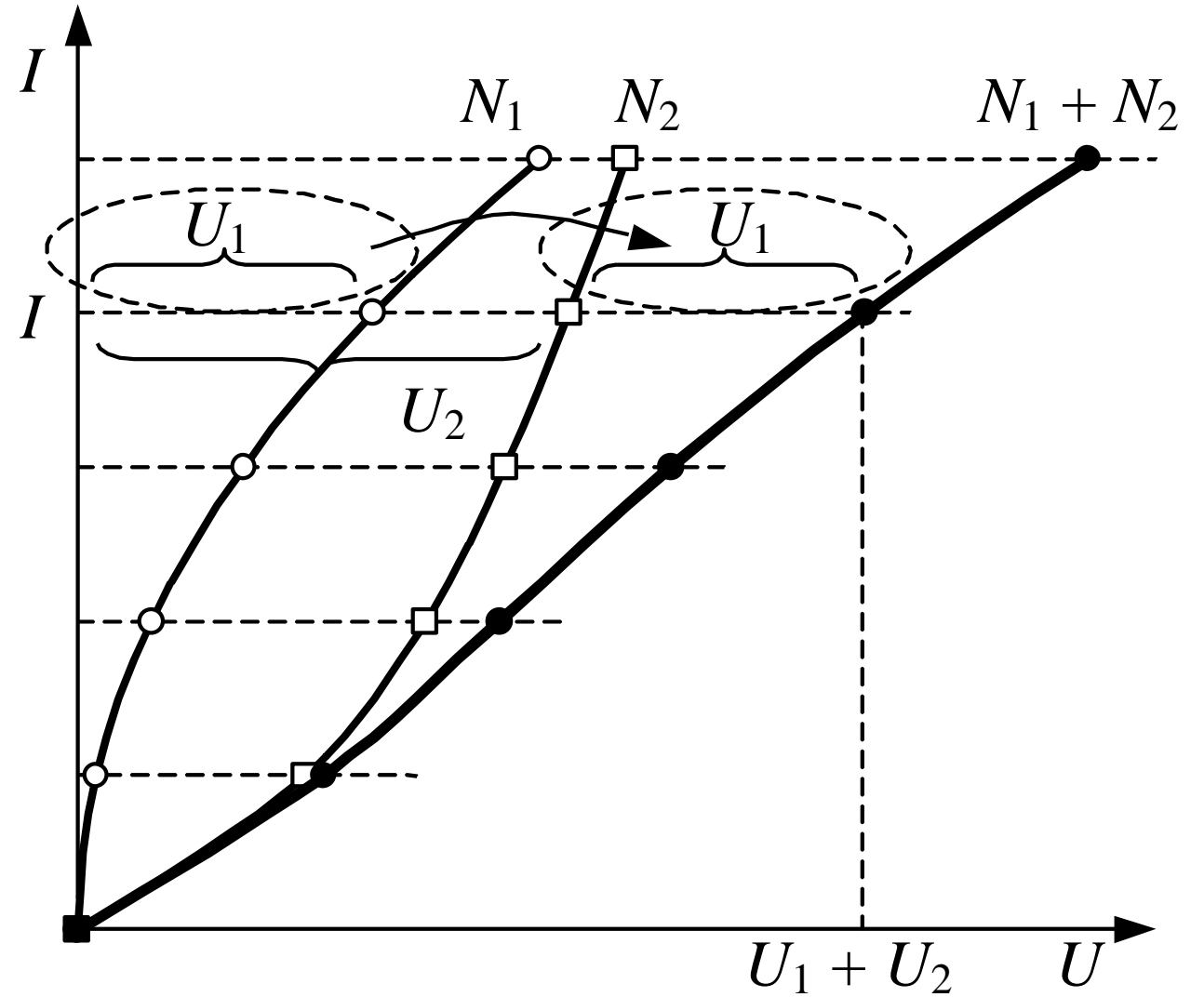
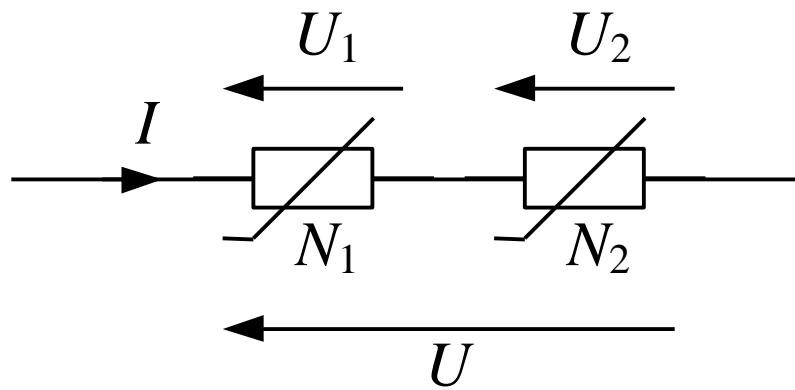
- Połączenie szeregowe elementów

Dla znanej wartości prądu w obwodzie można określić spadki napięcia na poszczególnych elementach obwodu

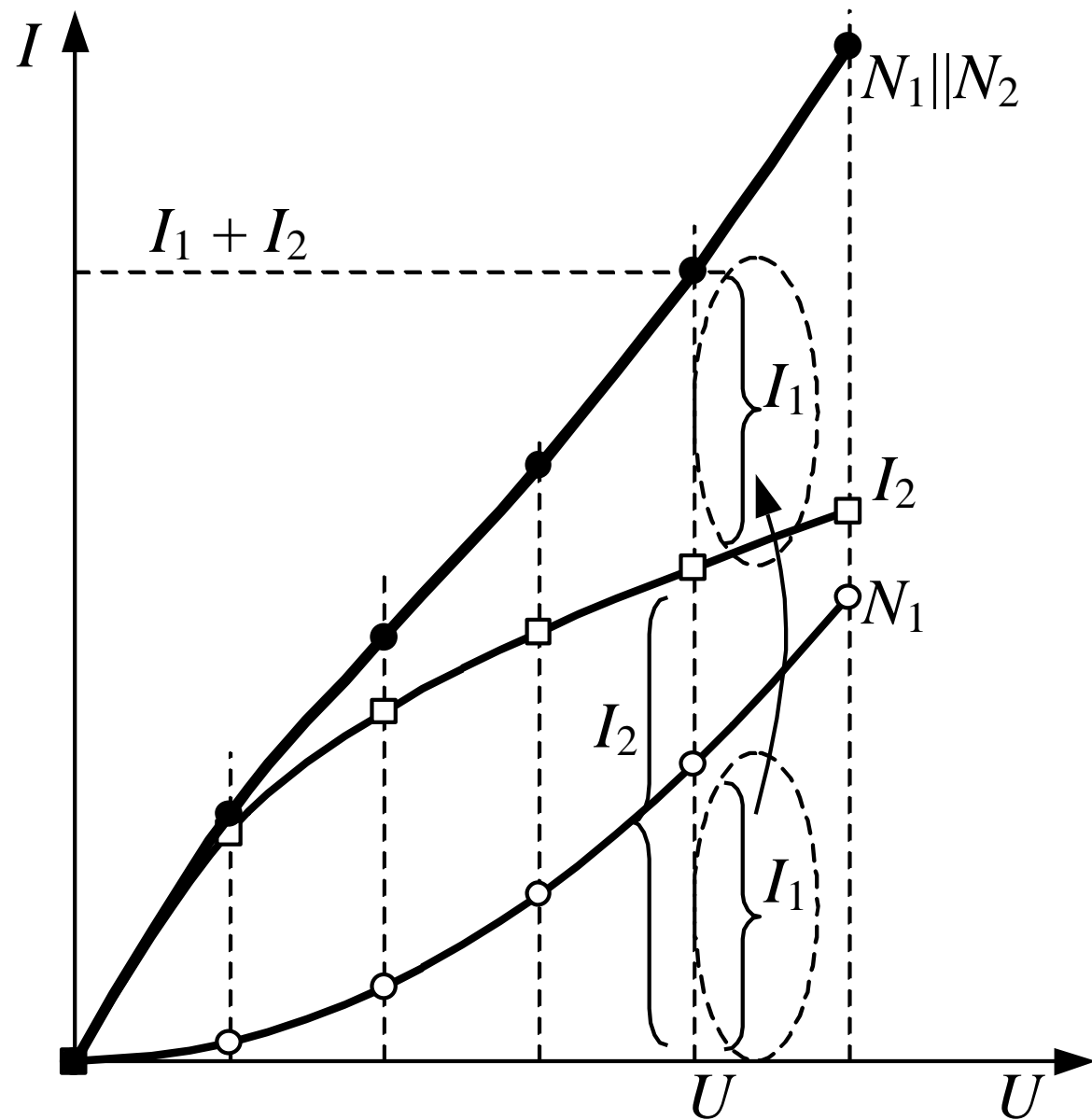
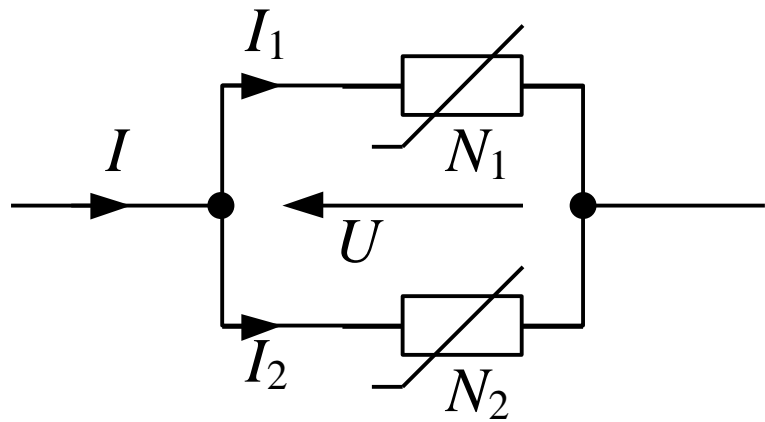
- Połączenie równoległe elementów

Dla znanej wartości napięcia, można określić wartości prądów płynących w poszczególnych gałęziach obwodu

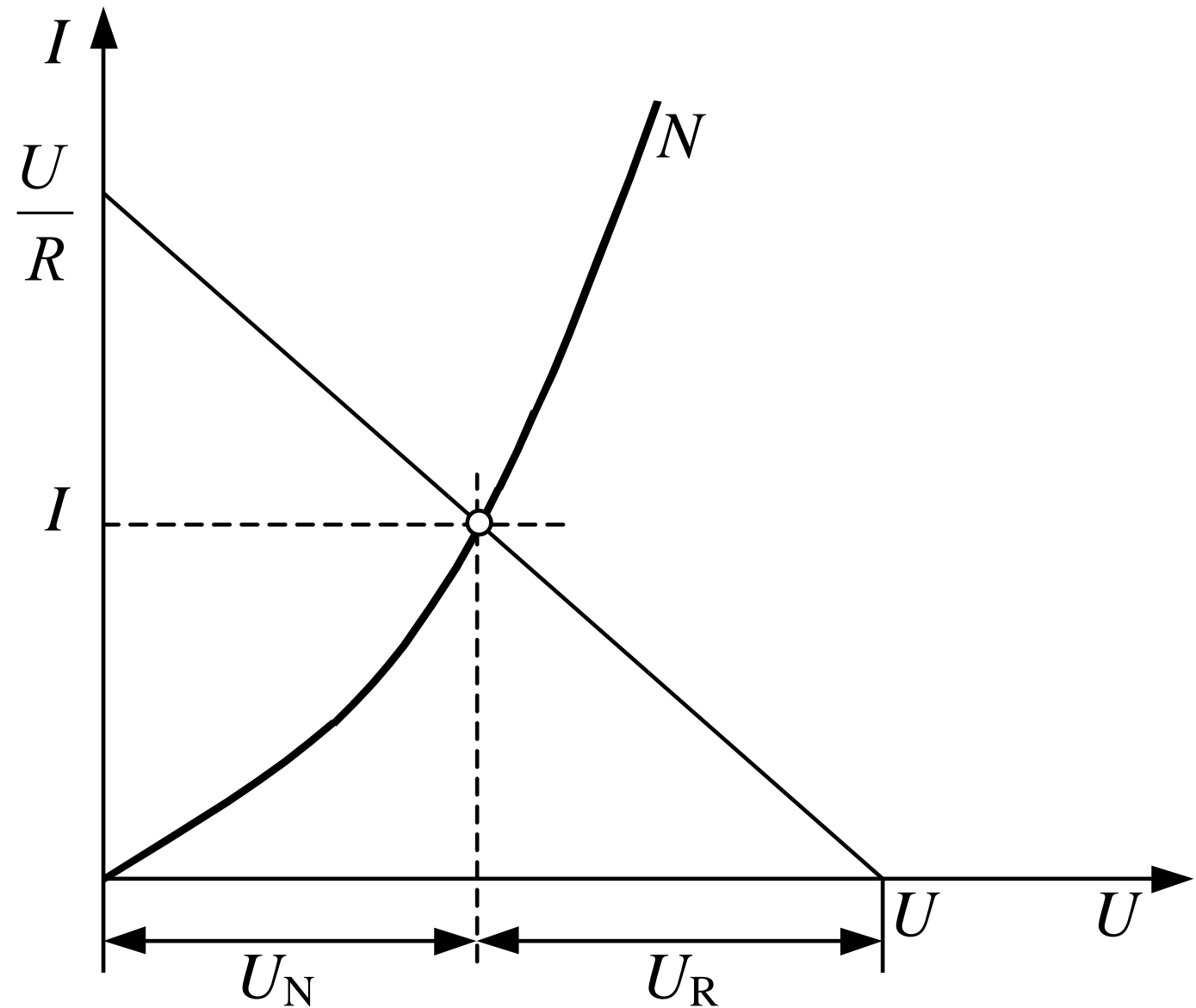
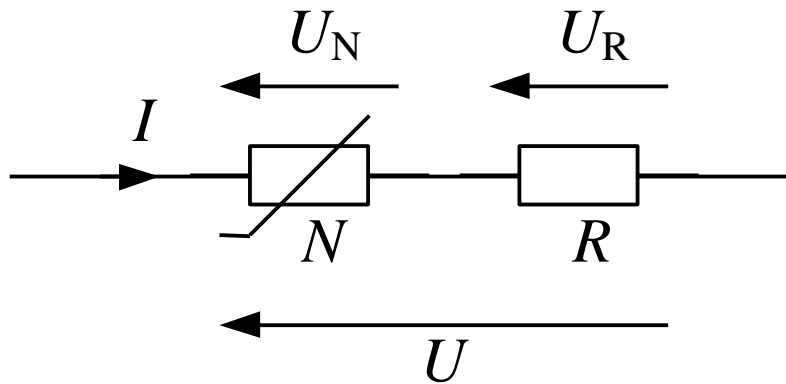
Charakterystyki łącznej



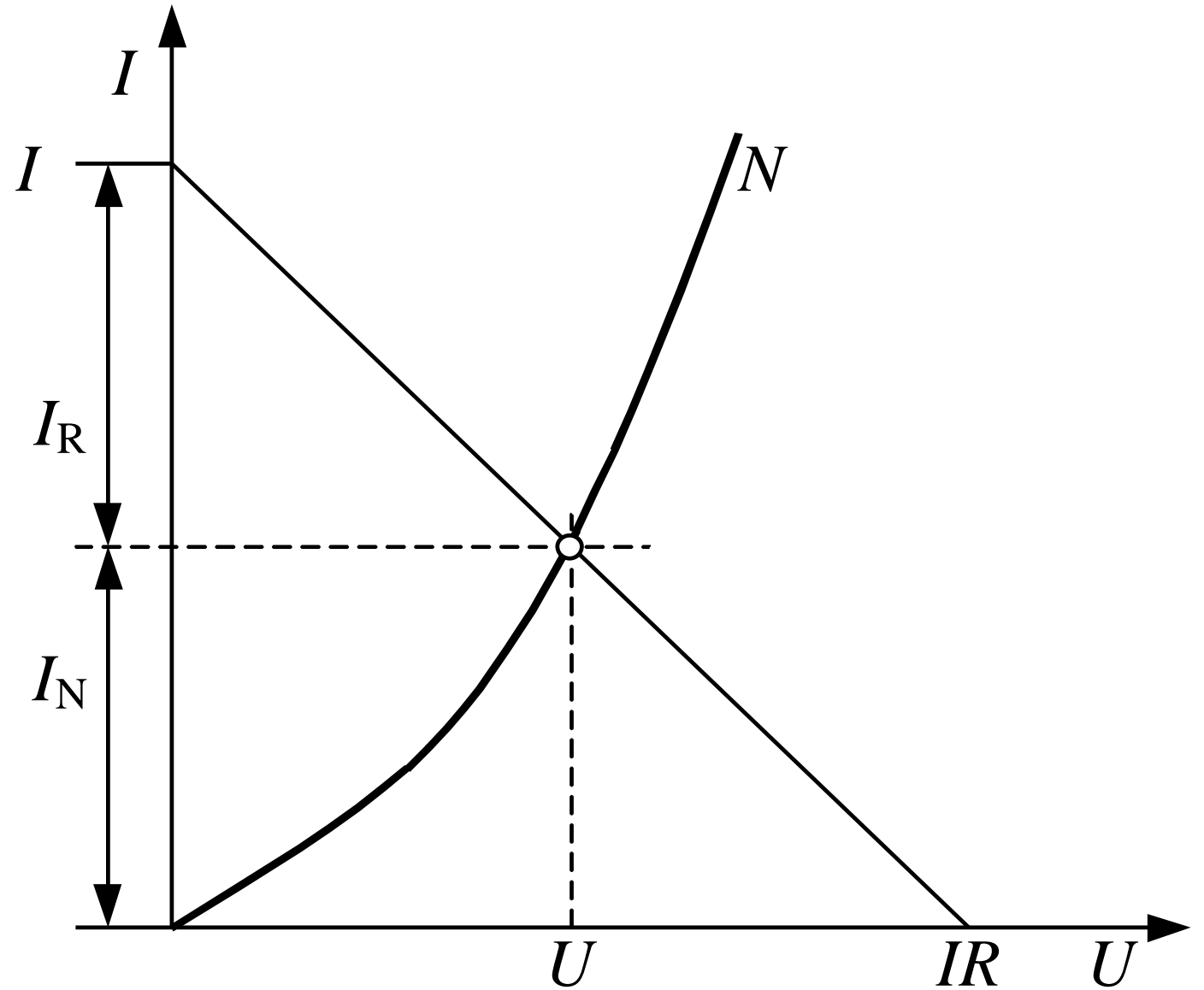
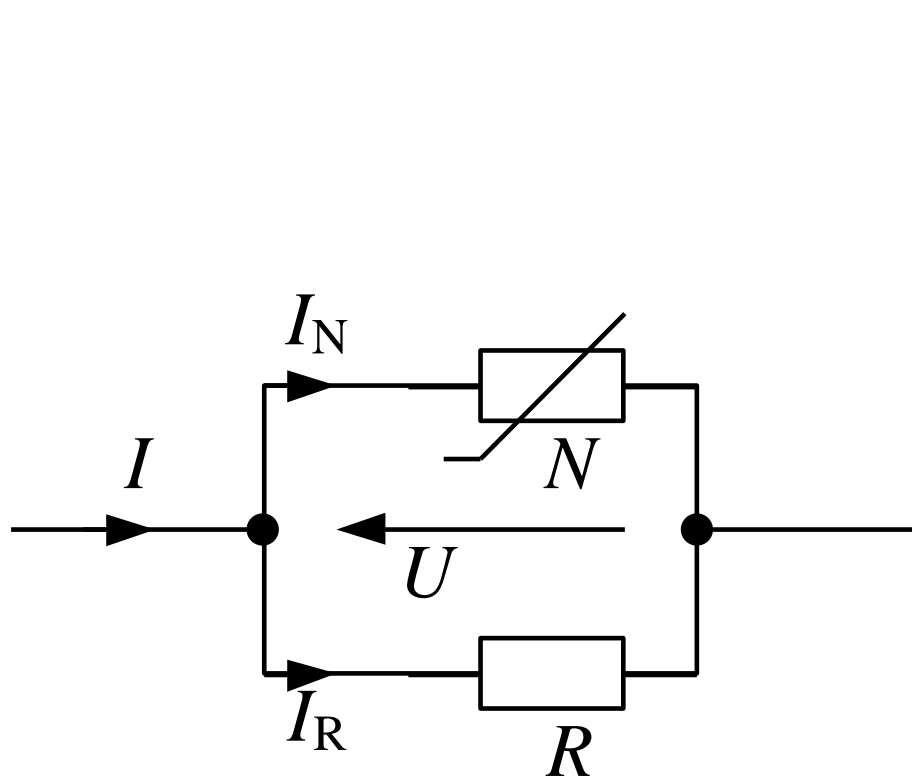
Charakterystyki łącznej



Przecięcia charakterystyk



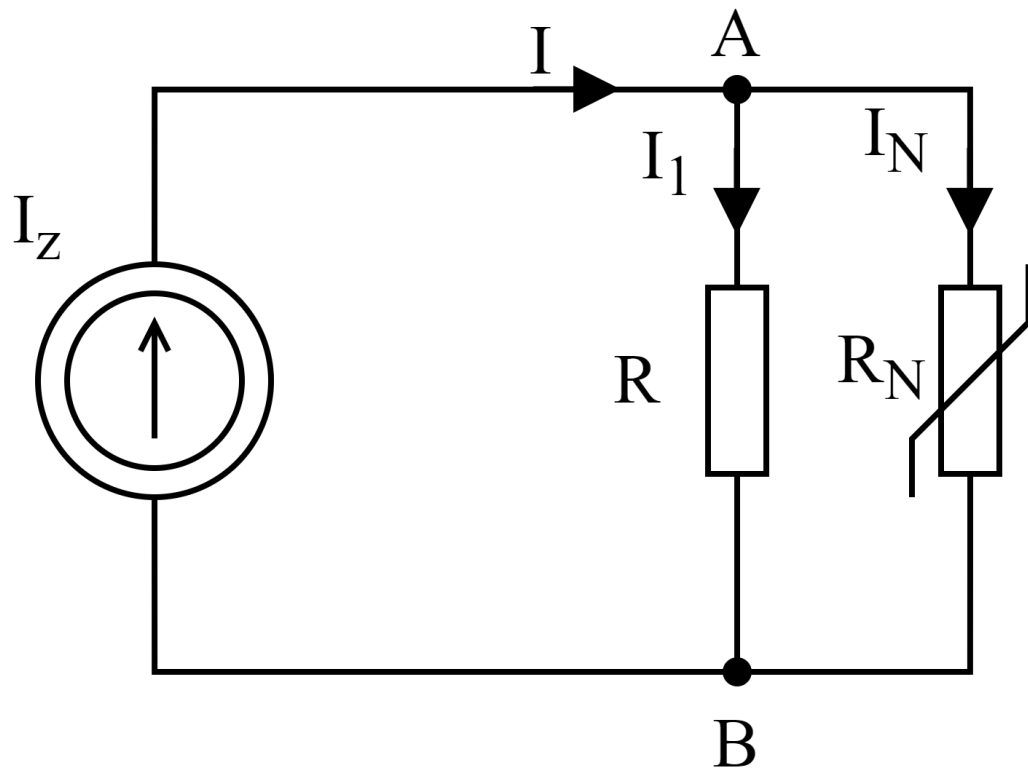
Przecięcia charakterystyk



Obwody nieliniowe

Zadanie 1

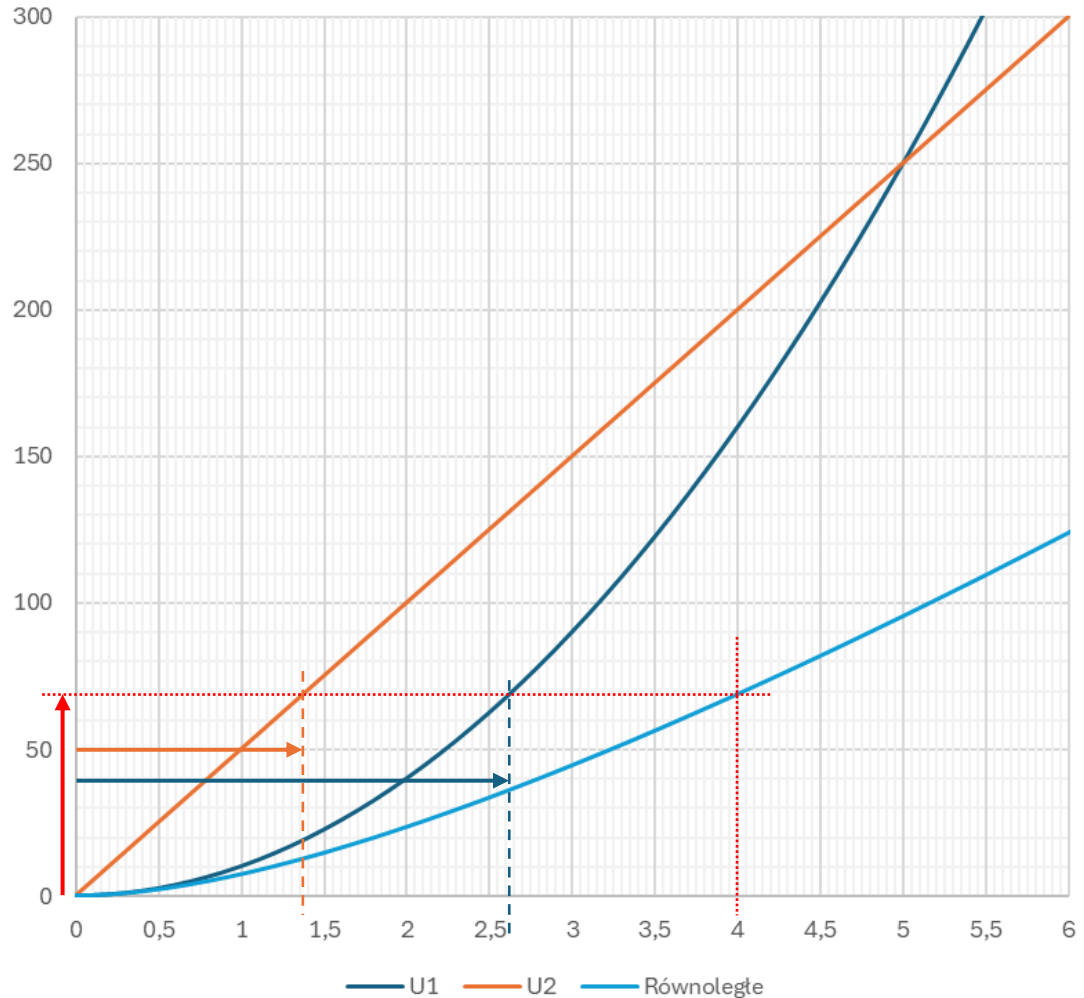
W obwodzie pokazanym na rysunku Rezystor nieliniowy opisany jest charakterystyką $u = ai^2$. Znając parametry układu $a = 10 \frac{\Omega}{A}$, $R = 50\Omega$, $I = 4A$ obliczyć napięcie na zaciskach AB i prądy płynące przez gałęzie obwodu I_1 i I_N .



Obwody nieliniowe

Zadanie 1 – metoda charakterystyki łącznej

Metoda charakterystyki łącznej



Dla $I=4\text{A}$ z charakterystyki łącznej:

$$U_{AB} \approx 68\text{V},$$

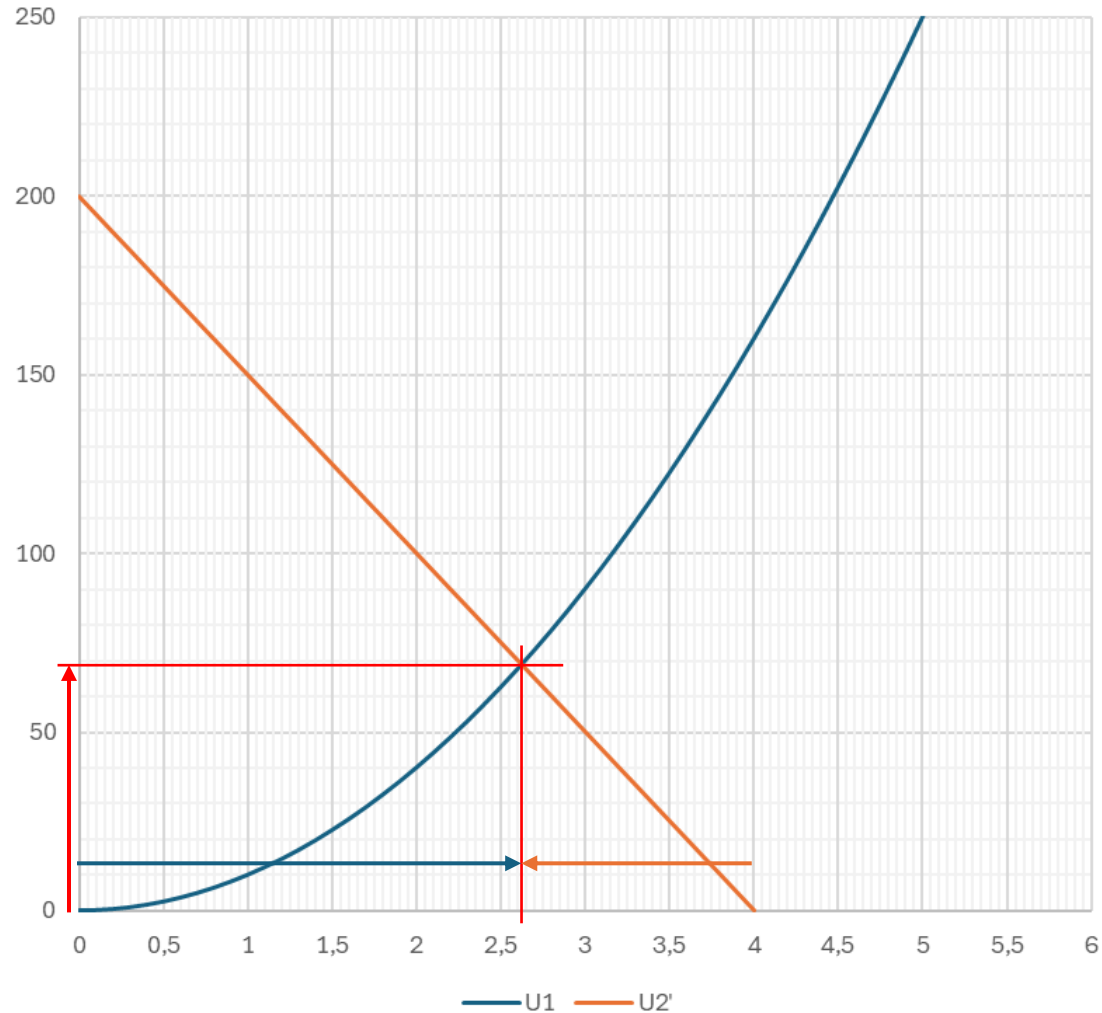
$$I_N \approx 2,64\text{A},$$

$$I_1 = 1,36\text{A}$$

Obwody nieliniowe

Zadanie 1 – metoda przecięcia charakterystyk

Metoda przecięcia charakterystyk



Charakterystyka elementu liniowego $\rightarrow u=Ri$

Charakterystyka odwrócona elementu liniowego $\rightarrow u=50(4-i)$

$$U_{AB} \approx 68V$$

$$I_N \approx 2,64A$$

$$I_1 \approx 4 - I_N = 4 - 2,64 = 1,36A$$

Obwody nieliniowe

Zadanie 1 – metoda obliczeniowa

Oparta na metodzie przecięcia charakterystyk

$$\begin{cases} U_{AB} = 10I^2 \\ U_{AB} = 50(4 - I) \end{cases}$$

$$10I^2 = 50(4 - I) = 200 - 50I$$

$$10I^2 + 50I - 200 = 0$$

$$\Delta = 50^2 + 4 \cdot 10 \cdot 200 = 10500$$

$$\sqrt{\Delta} = 10\sqrt{105}$$

$$I'_N = \frac{-50 - 10\sqrt{105}}{2 \cdot 10} = -7,62A$$

$$I''_N = \frac{-50 + 10\sqrt{105}}{2 \cdot 10} = 2,62A$$

Prawidłowa jest wartość dodatnia: $I_N = 2,62348A$

$$U_{AB} = 10 \cdot 2,62348^2 = 68,8265V$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{68,8265}{50} = 1,376253A$$

$$I = I_N + I_1 = 4,00001A$$

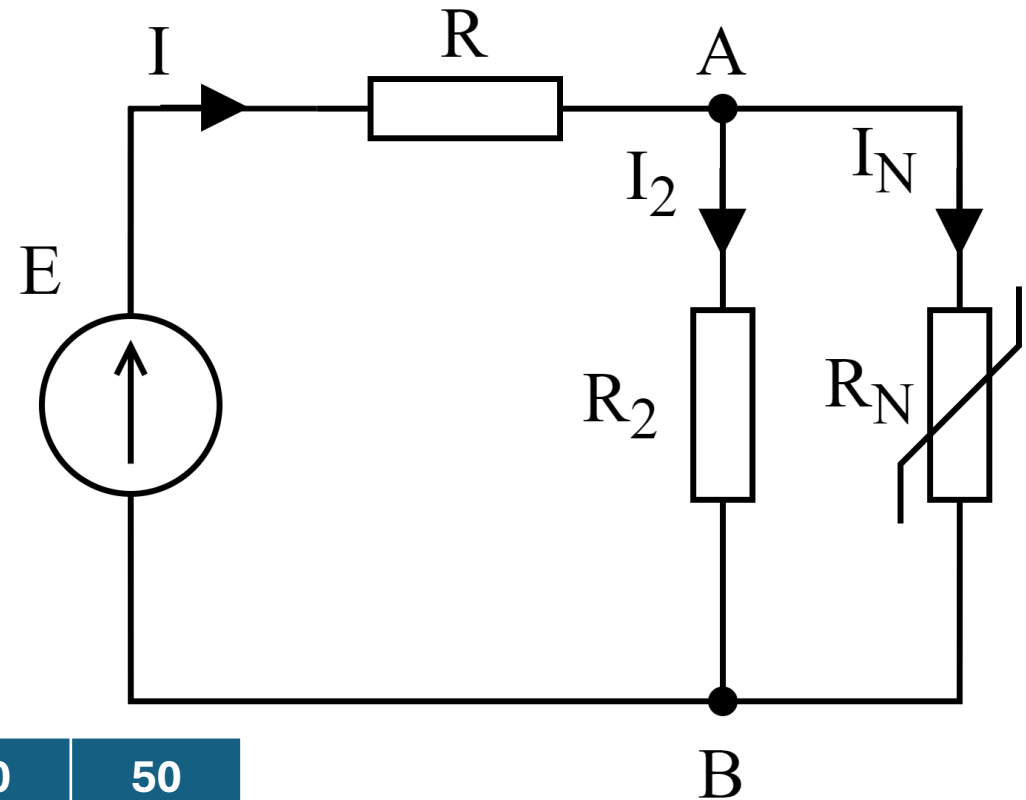
Obwody nieliniowe

Zadanie 2

• Dowolną metodą obliczyć rozptyw prądów i spadków napięć w pokazanym na rysunku obwodzie nieliniowym.

• Dane:

- $E=50V$
- $R=33.3\Omega$
- $R_2=150\Omega$

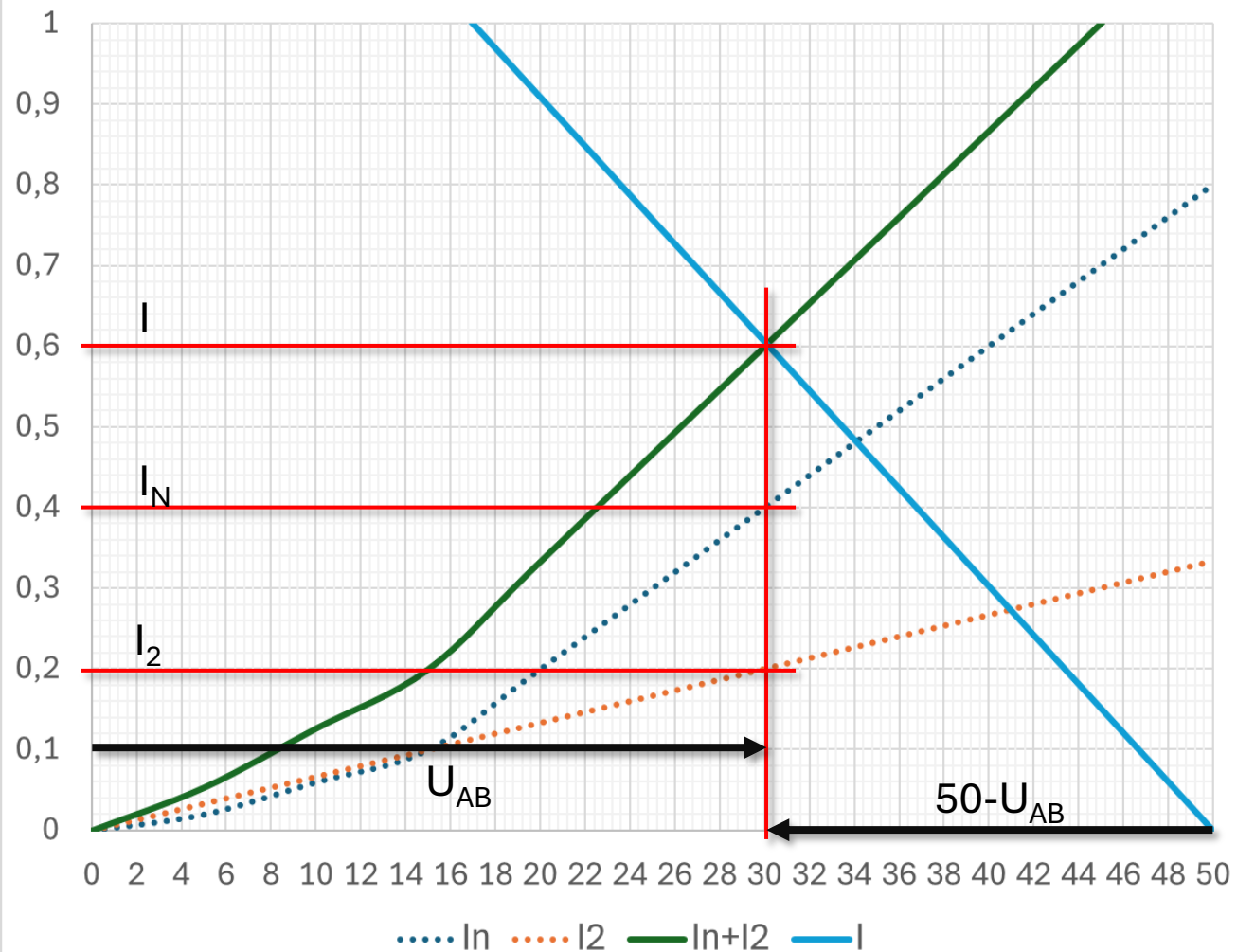


U_1	V	0	6	10	15	20	30	40	50
I_N	A	0	0,02	0,06	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8

Obwody nieliniowe

Zadanie 2

Metoda przecięcia charakterystyk



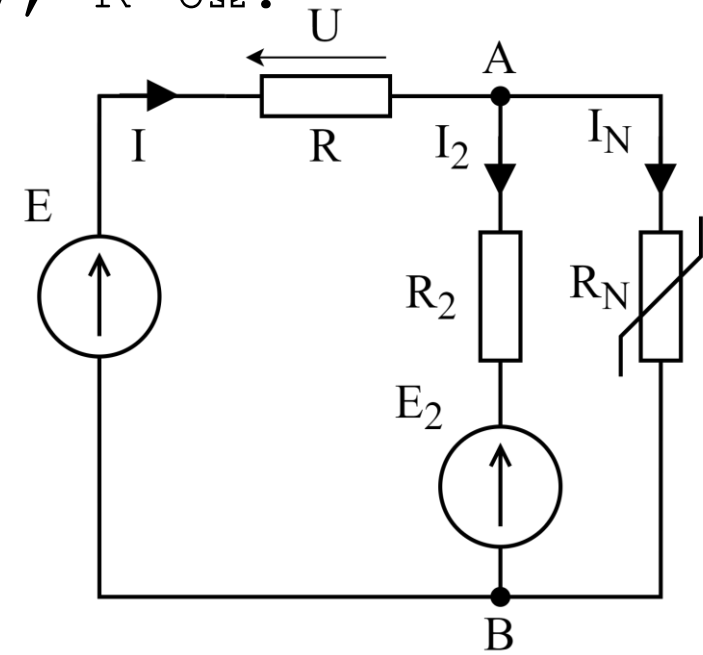
- Charakterystyka odwrócona elementu R $\rightarrow I = \frac{50 - U}{33}$
- $I_N = 0,4\text{A}$
- $I_2 = 0,2\text{A}$
- $U_{AB} = 30\text{V}$
- $U = 20\text{V}$

Obwody nieliniowe

Zadanie 3

- W obwodzie pokazany na rysunku prąd płynący przez element R wynosi $I=0.8A$. Wyznaczyć charakterystykę gałęzi R_2E_2 , jeżeli po odpięciu gałęzi z elementem nieliniowym R_N prąd zmienił wartość na $I=0.5A$.
- Wyznaczyć wartości prądów I_N i I_2 oraz napięć U i U_{AB} oraz E_2 . Charakterystykę elementu nieliniowego zapisano w tabeli, a parametry pozostałych elementów wynoszą $E=10V$, $R=6\Omega$.

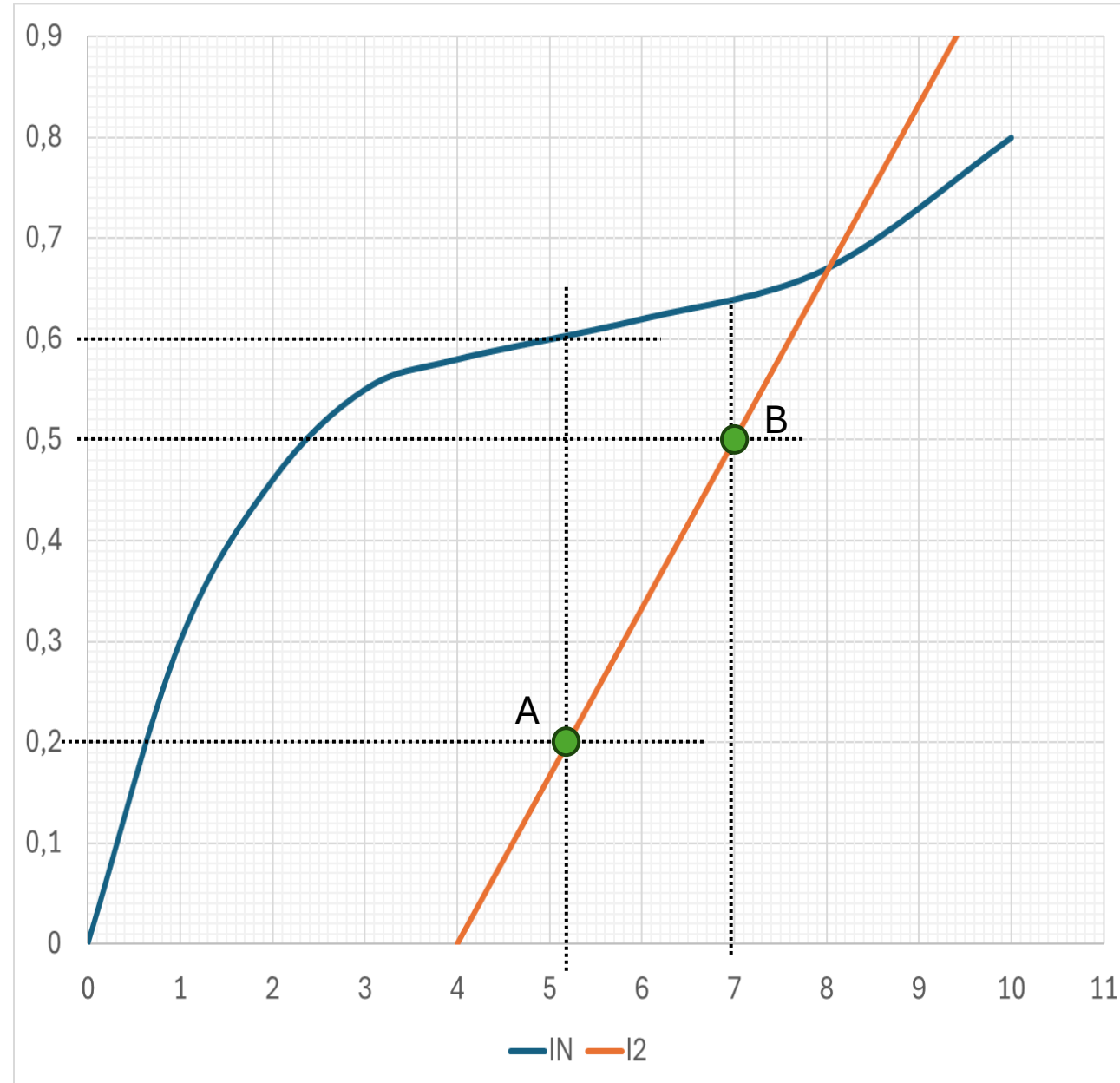
U_N	V	0	1	2	3	4	6	8	10
I_N	A	0	0,3	0,46	0,55	0,58	0,62	0,67	0,8



Obwody nieliniowe

Zadanie 3

- $E = IR + U_{AB}$
 $U_{AB} = E - IR = 10 - 6 \cdot 0.8 = 5.2V$
- Z charakterystyki elementu nieliniowego: $I_N(5.2) \approx 0.6A$
- Stąd $I_2 = I - I_N = 0.8 - 0.6 = 0.2A$
- Pierwszy punkt charakterystyki gałęzi R_2E_2 : A(5.2, 0.2)
- Po odłączeniu $I = I_2 = 0.5A$
- $U_{AB} = E - IR = 10 - 6 \cdot 0.5 = 7V$
- Drugi punkt charakterystyki gałęzi R_2E_2 : B(7, 0.5)
- Charakterystyka gałęzi:
$$I_2 = \frac{1}{6} \cdot U - \frac{2}{3}$$



Obwody nieliniowe

Zadanie 3

1. Charakterystyka odwrócona

$$I'_2 = \frac{1}{6}(10 - U)$$

2. Z charakterystyk

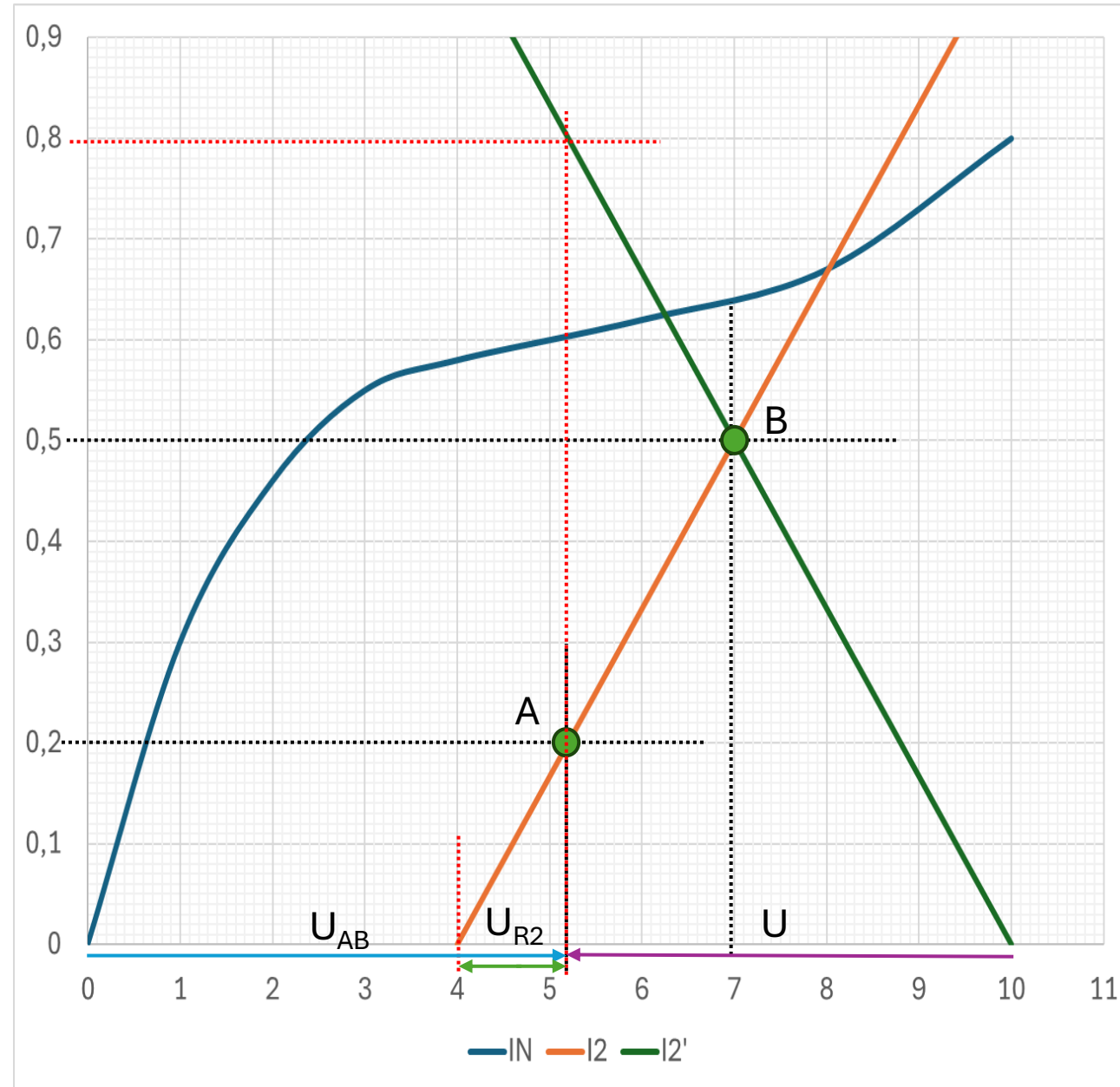
$$E_2 = 4V$$

$$R_2 = U_{AB}(0.8) - E_2 = 5.2 - 4 = 1.2V$$

$$U = E - U_{AB}(0.8) = 4.8V$$

3. Wartość R_2 z zależności

$$R_2 = \frac{\Delta U_{R2}}{\Delta I_2} = \frac{7 - 5.2}{0.5 - 0.2} = 6\Omega$$



Obwody nieliniowe

Zadanie 4

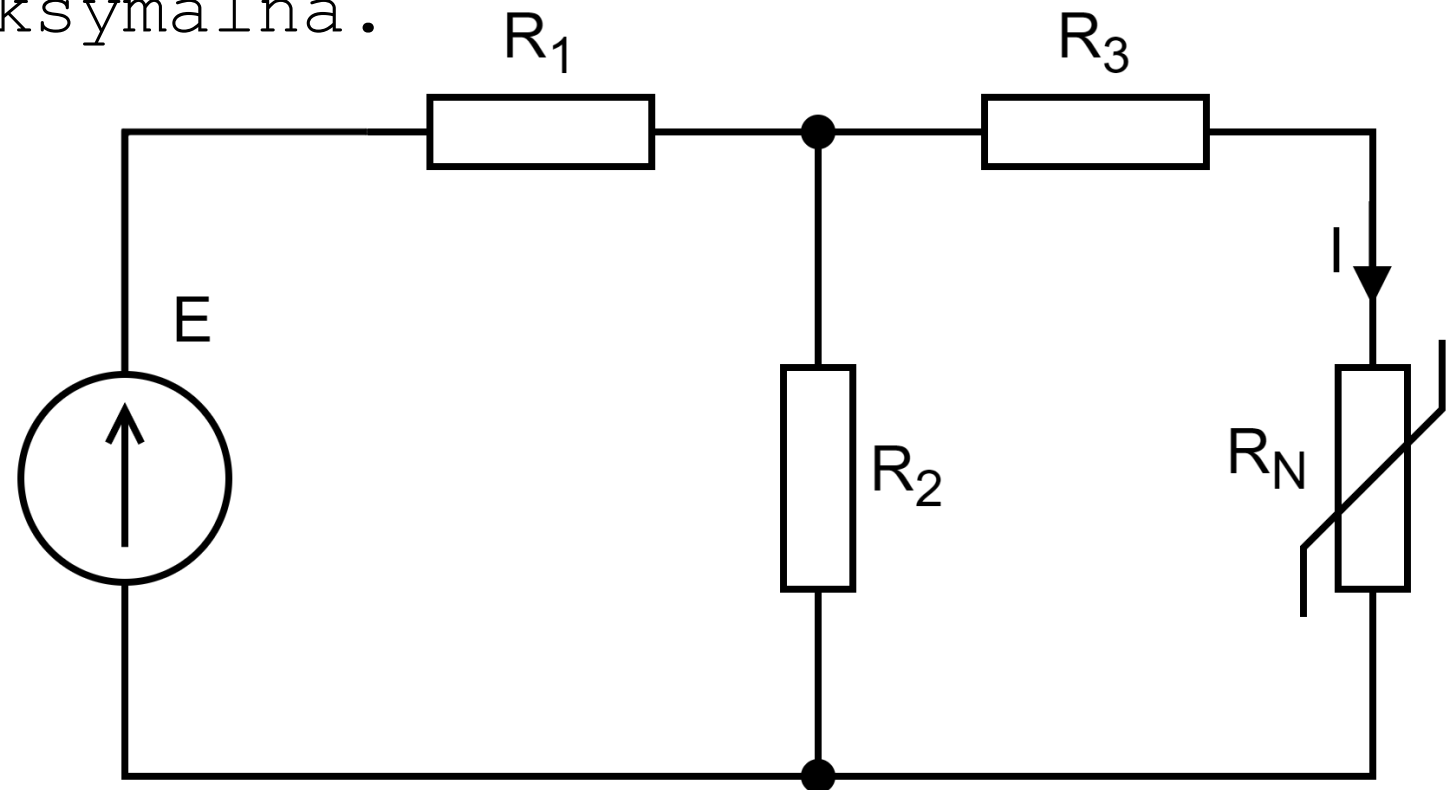
W obwodzie pokazanym na rysunku dobrać wartość napięcia źródła E tak aby moc wydzielana na elemencie nieliniowym R_N była maksymalna.

Dane:

$$R_1 = R_2 = 14 \Omega, R_3 = 13 \Omega$$

$$R_N \rightarrow u = a \cdot i \cdot e^{-b|i|}$$

$$a = 20, b = 0.2$$



Obwód magnetyczny

- Przykładem obwodu nieliniowego może być obwód magnetyczny.
- Nieliniowość wynika z charakterystyki magnesowania rdzenia
- Obwody analizowane w oparciu o prawo przepływu

$$\Theta = N \cdot I = \sum_{k=1}^n H_k l_k$$

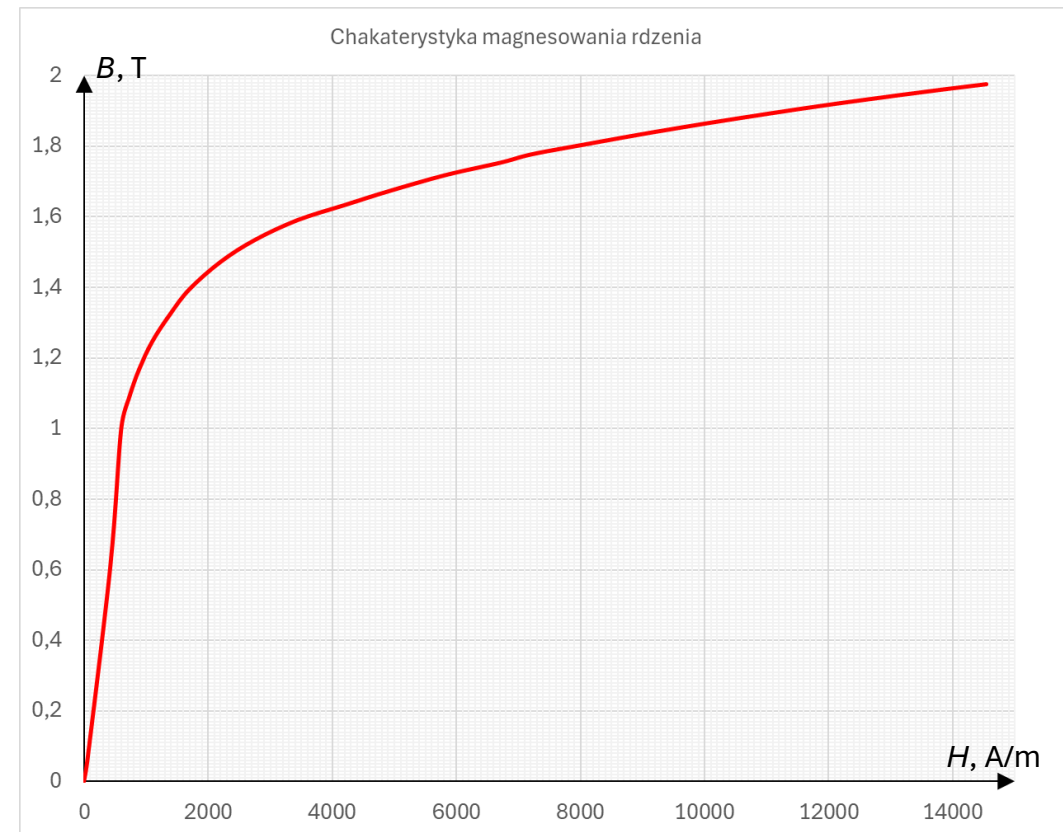
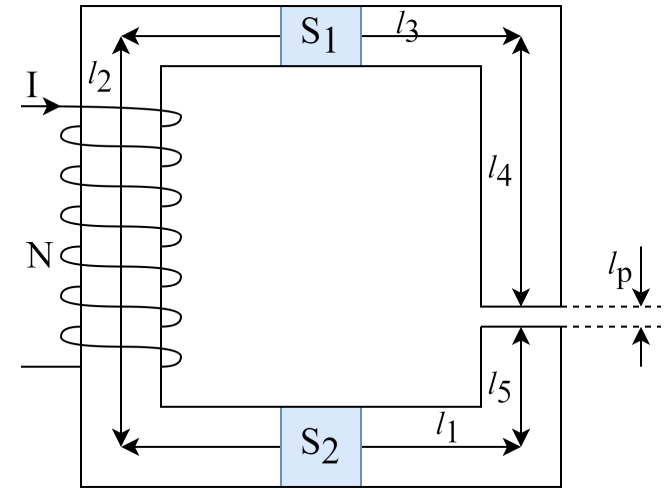
- Zależność pomiędzy natężeniem pola magnetycznego a indukcją magnetyczną opisana jest charakterystyką magnesowania rdzenia $B = f(H)$
- Jeżeli w obwodzie występuje szczelina powietrzna zależność ta jest określona funkcją liniową $B = \mu_0 \cdot H$, gdzie $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$
- Strumień magnetyczny (przy założeniu równomierności pola magnetycznego) $\Phi = B \cdot S$

Obwód magnetyczny

Zadanie 5

W obwodzie magnetycznym pokazanym na rysunku o liczbie zwojów $N=1000$ określić natężenie prądu I płynącego w uzwojeniu.

1. Indukcja magnetyczna wzdłuż drogi l_2 wynosi $B_2=1$ T
2. Wymiary rdzenia: $S_1=0.1\text{m}^2$,
 $S_2=0.015\text{m}^2$, $l_1=l_3=0.3\text{m}$,
 $l_2=l_4+l_5=0.4\text{m}$, $l_p=0.001\text{m}$
3. Rdzeń wykonano ze stali o charakterystyce magnesowania jak na rysunku



Obwód magnetyczny

Zadanie 5

$$\Phi = B_2 \cdot S_2 = 1 \cdot 0.015 = 0.015 \text{ Wb}$$

$$B_3 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{0.015}{0.01} = 1.5 \text{ T}$$

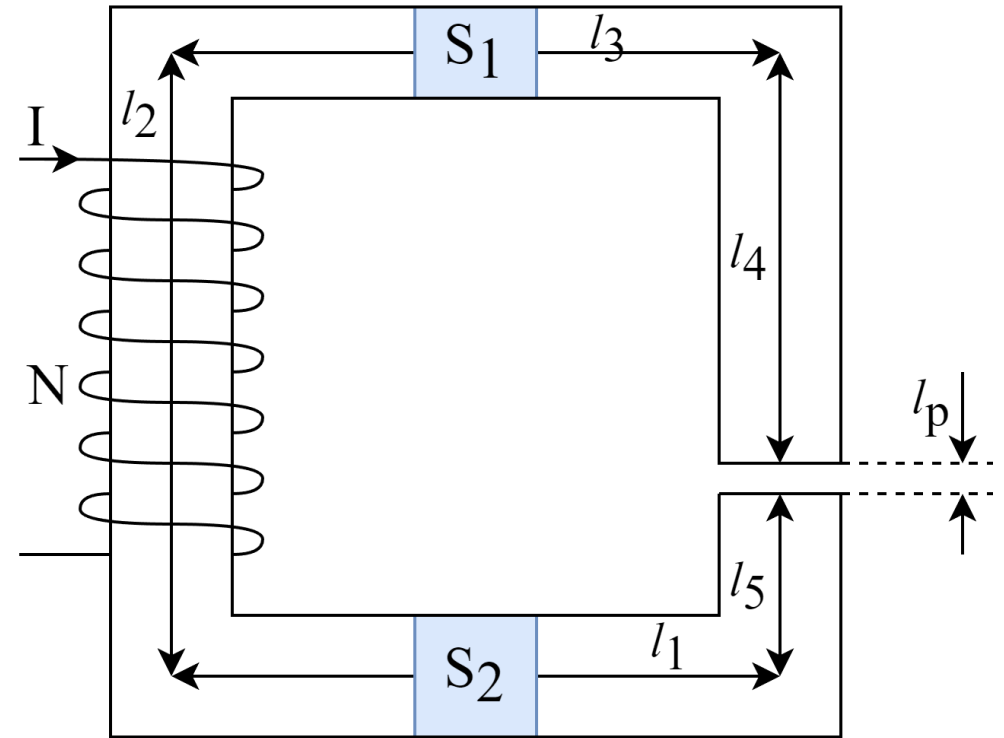
$$B_3 = 1.5 \text{ T} \rightarrow H_3 = 2500 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$B_2 = 1 \text{ T} \rightarrow H_1 = 600 \frac{\text{A}}{\text{m}} \text{ na drogach } (l_1 + l_2 + l_4 + l_5)$$

$$B_p = B_2 = 1 \text{ T} \rightarrow H_p = \frac{B_p}{\mu_0} = \frac{10^7}{4\pi} = 8 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

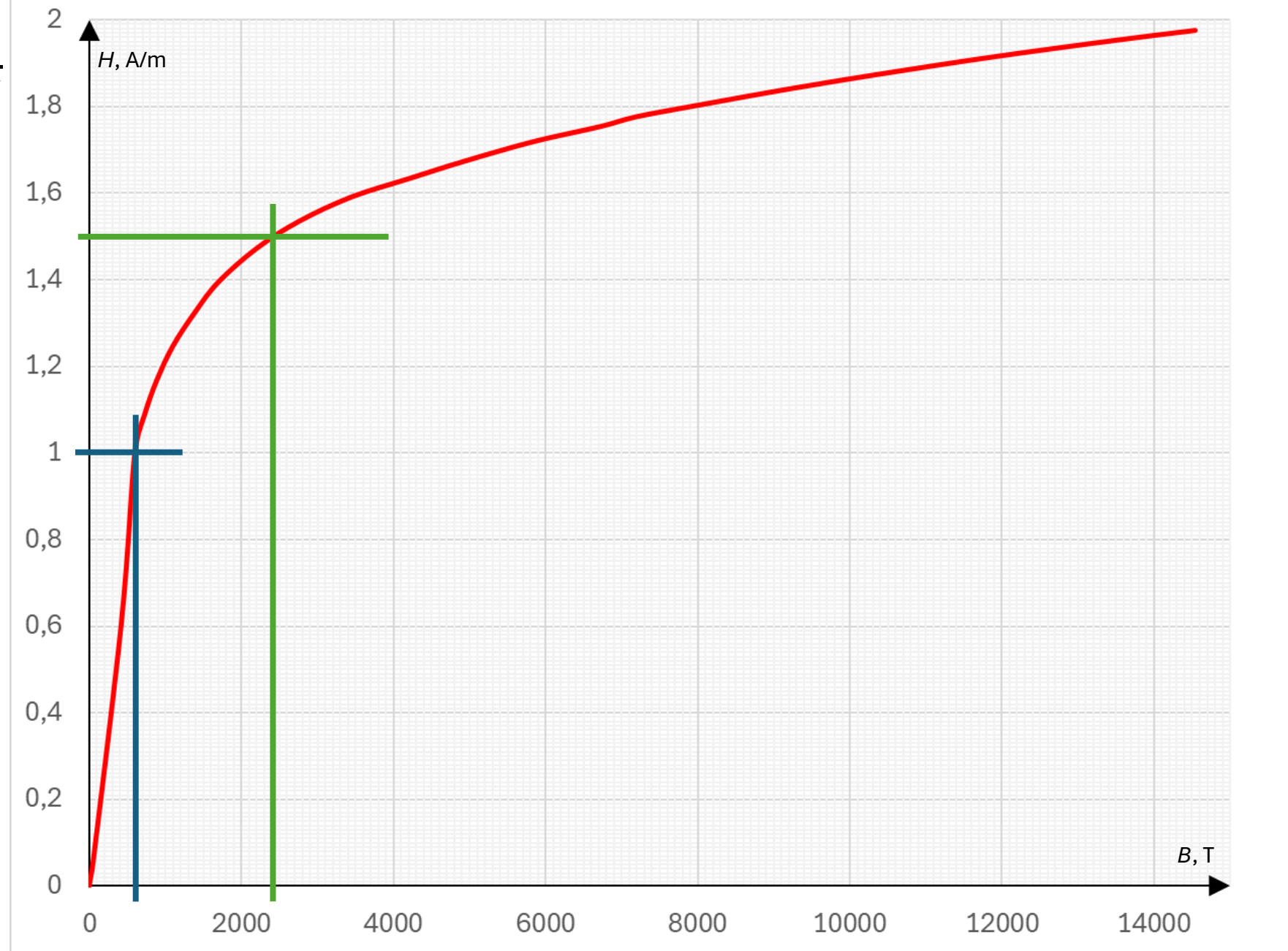
$$\Theta = N \cdot I = H_1(l_1 + l_2 + l_4 + l_5) + H_3 l_3 + H_p l_p = 2210 \text{ A}$$

$$I = \frac{\Theta}{N} = \frac{2210}{1000} = 2.21 \text{ A}$$



Chakaterystyka magnesowania rdzenia

$$B = 1.5 \text{ T} \rightarrow H = 2500 \frac{\text{A}}{\text{M}}$$
$$B = 1 \text{ T} \rightarrow H = 600 \frac{\text{A}}{\text{M}}$$



Obwód magnetyczny

Zadanie 6

Obwód magnetyczny pokazany na rysunku wykonano z blach transformatorowych o charakterystyce magnesowania pokazanej na rysunku.

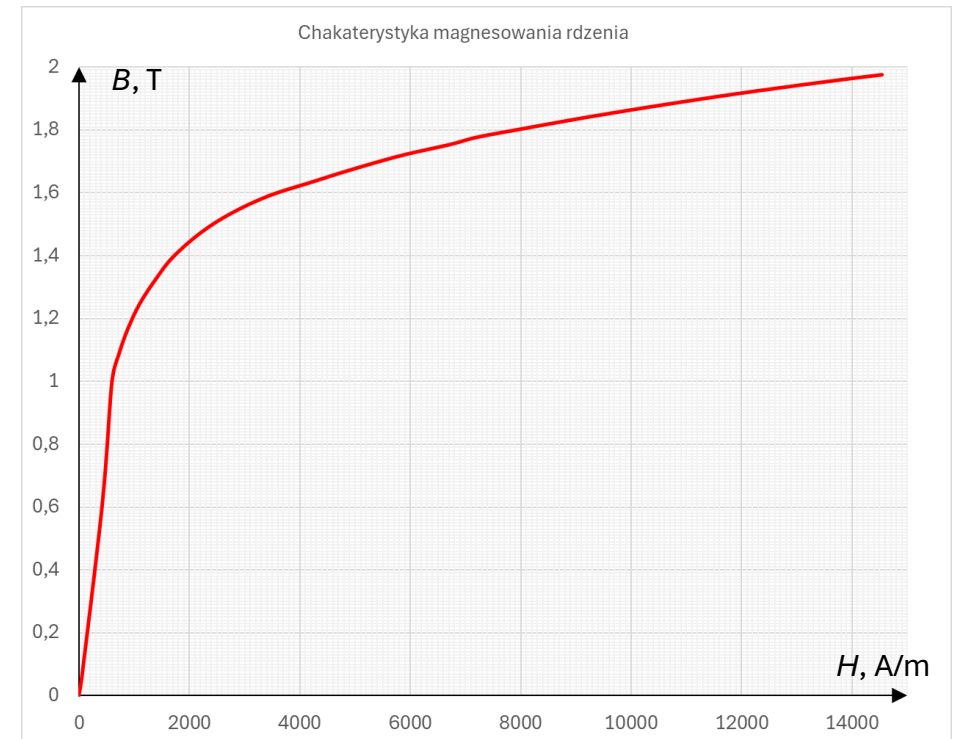
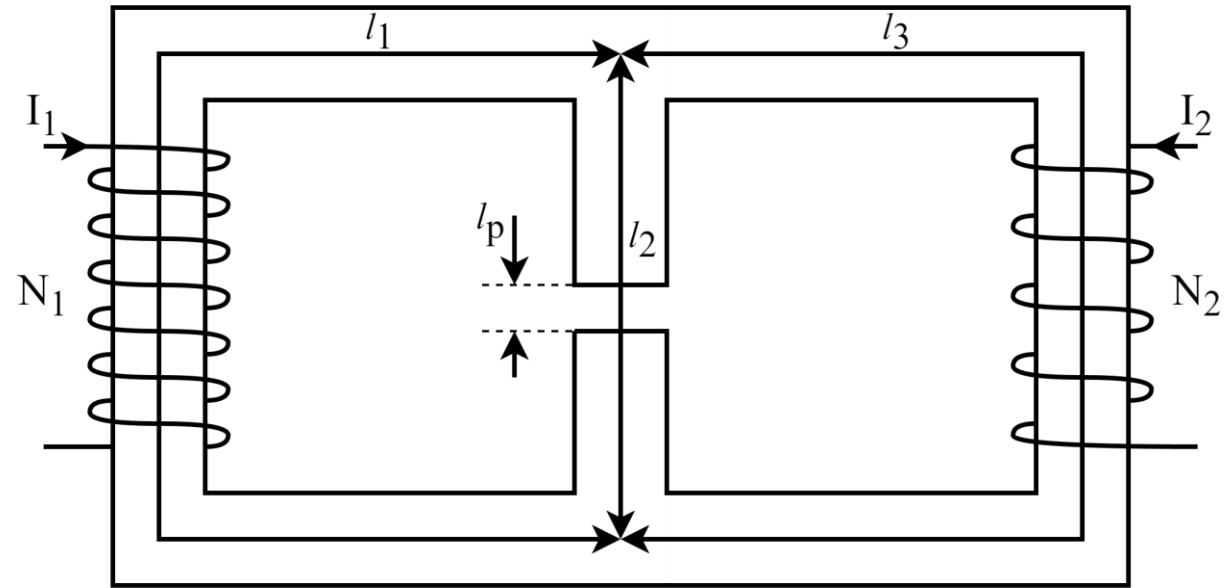
$$l_1=0.6\text{m}, \quad l_2=0.2\text{m}, \quad l_3=0.8\text{m}, \quad l_p=0.001\text{m}$$

$$S_1=S_2=S_3=10^{-3}\text{m}^2$$

Strumienie w skrajnych kolumnach wynoszą odpowiednio:

$$\Phi_1=2.5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}, \quad \Phi_2=13.1 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

- Wyznaczyć wartości przepływów w uzwojeniach obwodu.



Chakterystyka magnesowania rdzenia

