

# Teoria Obwodów I – Ćwiczenia 7

- Indukcyjność wzajemna
  - Połączenie szeregowe
  - Połączenie równoległe
- Rezonans
  - Prądów
  - Napięć
- Moce w układach prądu przemiennego

# Indukcyjność wzajemna

**M** - miara sprzężenia magnetycznego pomiędzy dwoma obwodami elektrycznymi wytwarzającymi wzajemnie przenikające się pola magnetyczne.

**k** - współczynnik sprzężenia magnetycznego - jego wartość zależy od ich wzajemnego położenia w przestrzeni.

Współczynnik ten zmienia się w zakresie  $0 \div 1$ .

- $k = 1$  oznacza sprzężenie idealne,
- $k = 0$  oznacza brak sprzężenia magnetycznego.

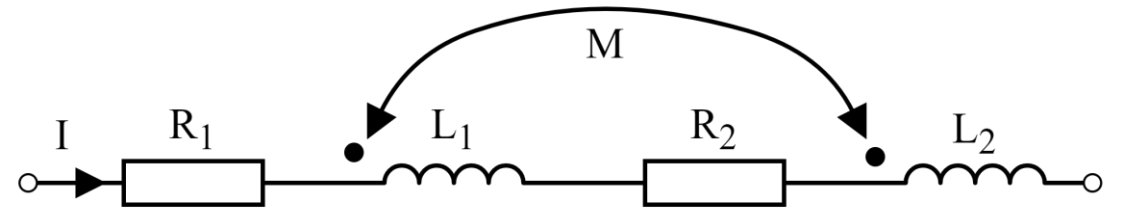
$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Sprzężenie zgodne lub przeciwne.

# Sprzężenie w układach szeregowych

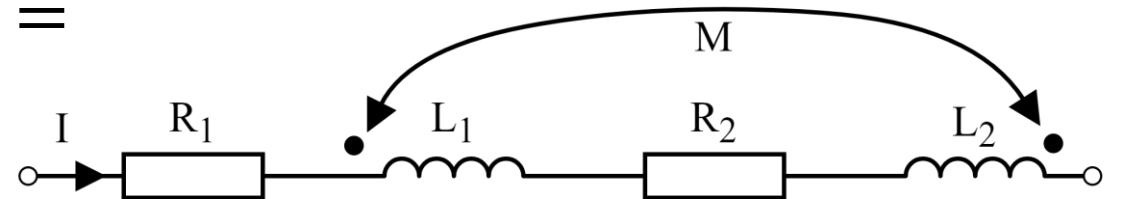
- Sprzężenie dodatnie

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= R_1 + iX_{L1} + iX_M + R_2 + iX_{L2} + iX_M = \\ &= R_1 + iX_{L1} + R_2 + iX_{L2} + 2 \cdot iX_M = \\ &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2 \cdot iX_M\end{aligned}$$



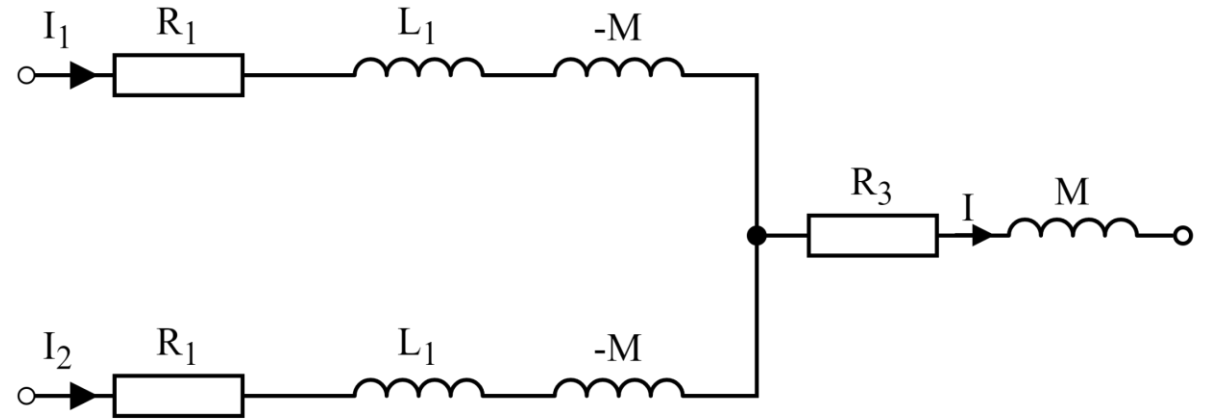
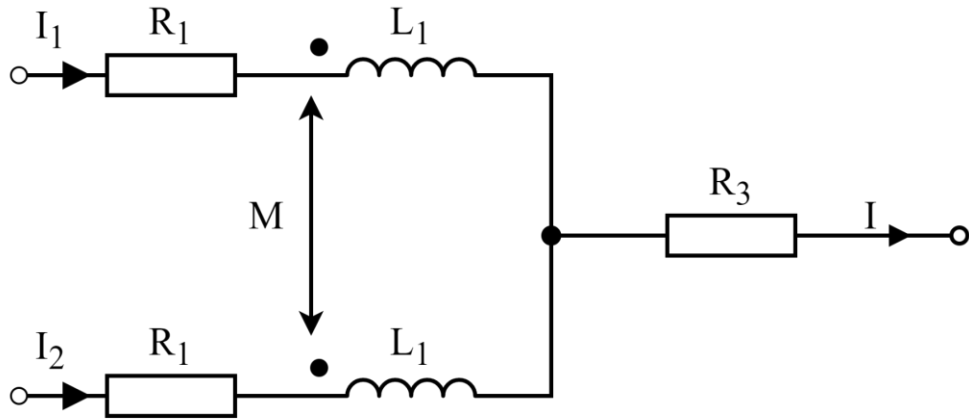
- Sprzężenie ujemne

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= R_1 + iX_{L1} - iX_M + R_2 + iX_{L2} - iX_M = \\ &= R_1 + iX_{L1} + R_2 + iX_{L2} - 2 \cdot iX_M = \\ &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2 \cdot iX_M\end{aligned}$$

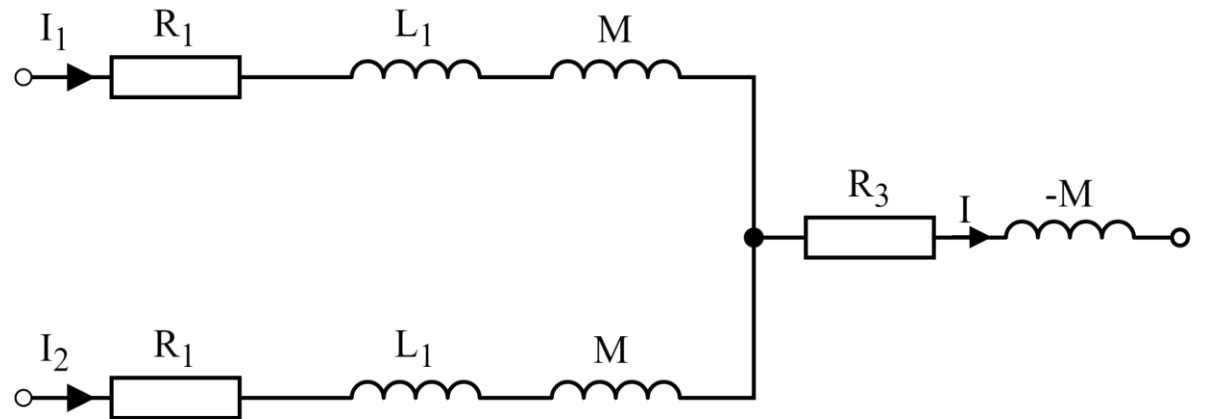
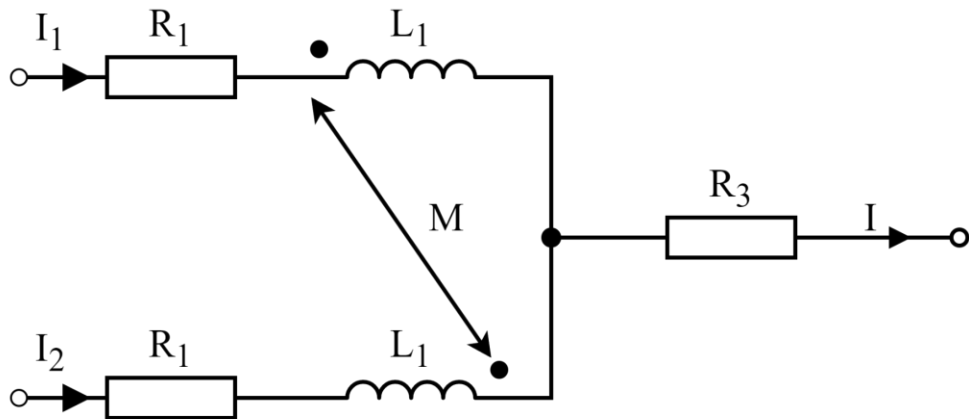


# Sprzężenie w układach równoległych

- Sprzężenie zgodne względem węzła



- Sprzężenie przeciwne względem węzła



# Rezonans

- W układzie rezonansowym kąt fazowy pomiędzy prądem a napięciem wynosi  $0^\circ$ .
- Rezonans można zdefiniować również jako stan obwodu, w którym reaktancja odbiornika (**X**) lub susceptancja odbiornika (**B**) są równe zero.
- Jeżeli w odbiorniku istnieje szeregowe połączenie elementów  $R$ ,  $C$ ,  $L$  i jest prawdziwy warunek  $X=0$ , to występuje rezonans szeregowy nazywany również **rezonansem napięć**.
- Jeżeli w odbiorniku istnieje równoległe połączenie elementów  $R$ ,  $C$ ,  $L$  i występuje warunek  $B=0$  to odbiornik jest w stanie rezonansu równoległego nazywanego również **rezonansem prądów**.

Częstotliwość rezonansowa

$$\underline{Z} = R + iX_L - iX_C = R + iX \quad \rightarrow \quad X = 0$$

$$X_L = X_C \quad \rightarrow \quad \omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \rightarrow \quad 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

# Moce w obwodzie prądu przemiennego

- Moc pozorna

$$\underline{S} = P + iQ = UI\cos(\varphi) + iUI\sin(\varphi) = UIe^{i\varphi} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \text{ [VA]}$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

- Moc czynna

$$P = \operatorname{Re}(\underline{S}) = UI\cos(\varphi) = RI^2 = GU^2 \text{ [W]}$$

- Moc bierna

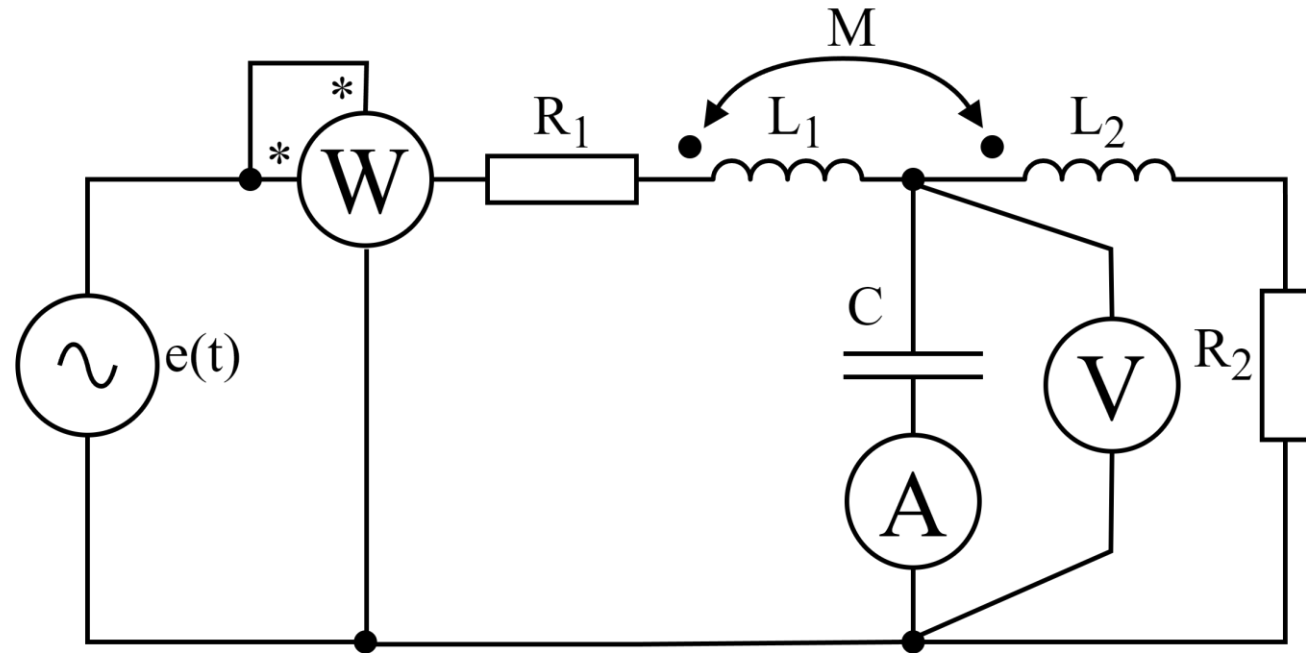
$$Q = \operatorname{Im}(\underline{S}) = UI\sin(\varphi) = XI^2 = BU^2 \text{ [var]}$$

- Moc czynna chwilowa

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = UI\cos(\varphi) - UI\cos(2\omega t - \varphi) = P - S\cos(2\omega t - \varphi)$$

# Zadanie 1

- Dla układu pokazanego na rysunku obliczyć wartości prądów i spadków napięć.
- Narysować wykres wskazowy prądów i napięć
- Wyznaczyć wskazania mierników
- Wyznaczyć moce  $S$ ,  $S$ ,  $P$  i  $Q$  pobierane przez układ
- Wyznaczyć wartości chwilowe prądu głównego  $i(t)$  i mocy chwilowej  $p(t)$  pobieranej przez układ.
- Na wspólnym wykresie narysować przebiegi  $e(t)$ ,  $i(t)$  i  $p(t)$



Dane:

$$e(t) = 282.84 \sin(1000t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$R_1 = 75 \Omega, \quad R_2 = 100 \Omega$$

$$L_1 = 75 \text{ mH}, \quad L_2 = 100 \text{ mH}, \quad k = 0.6$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$



## Zadanie 2

- Układ pokazany na rysunku zasilany jest z źródła o napięciu  $u(t) = 200\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^\circ)V$ .
- Określić częstotliwość rezonansową dwójnika AB
- Dla wyznaczonej częstotliwości obliczyć rozptyw prądów w obwodzie, moce  $S, S, P$  i  $Q$  pobierane przez układ oraz wskazanie mierników.
- Wyznaczyć wartości chwilowe prądu głównego  $i(t)$  i mocy chwilowej  $p(t)$  pobieranej przez układ. Narysować przebiegi  $e(t)$ ,  $i(t)$  i  $p(t)$  na wspólnym wykresie.
- Narysować wykres wskazowy
- Dane:
  - $R=200\Omega$
  - $L=500\text{mH}$
  - $C=8\mu\text{F}$

